**В.А. Юдин, Е.В. Лежнев**

**ЗАДАЧИ ДЛЯ УГЛУБЛЕННОГО  
ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ  
МЕХАНИКИ. КИНЕМАТИКА**

НОВОСИБИРСК 2019

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
(СИБСТРИН)

**В.А. Юдин, Е.В. Лежнев**

**ЗАДАЧИ ДЛЯ УГЛУБЛЕННОГО ИЗУЧЕНИЯ  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ. КИНЕМАТИКА**

**Учебное пособие**

НОВОСИБИРСК 2019

УДК 531.3

ББК В21

Ю 163

***Юдин В.А., Лежнев Е.В.***

Задачи для углубленного изучения теоретической механики. Кинематика: учеб. Пособие / В.А.Юдин, Е.В. Лежнев; Новосиб. гос. архитектур.-строит. ун-т (Сибстрин).-Новосибирск: НГАСУ(Сибстрин), 2019.-…с.

**ISBN 978-5-7795-0778-3 (уточнить)**

Учебное пособие включает сборник задач по кинематике для углубленного изучения теоретической механики. Даются рекомендации к решению задач вместе с примерами их решения, приводится сборник коротких задач и сборник основных задач по статике.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки 08.03.11 “Строительство” и специальности 08.05.01 ”Строительство уникальных зданий и сооружений” всех форм обучения.

Печатается по решению издательско-библиотечного совета НГАСУ(Сибстрин)

Рецензенты:

* А.А. Белкин, д-р физ.-мат. наук, завкафедрой ТМ НГАСУ(Сибстрин);
* В.В. Леманов, канд.техн.наук, в.н.с. ИТФ СОРАН

**ISBN 978-5-7795-0778-3 (уточнить)** Юдин В.А., Лежнев Е.В., 2019

Новосибирский государственный

архитектурно-строительный

университет (Сибстрин), 2019

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

[ВВЕДЕНИЕ 4](#_Toc12987427)

[ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ И РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ 5](#_Toc12987428)

[ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ С РЕШЕНИЯМИ 22](#_Toc12987429)

[КОРОТКИЕ ЗАДАЧИ 32](#_Toc12987430)

[ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ 53](#_Toc12987431)

# ВВЕДЕНИЕ

Качественное обучение студентов основано на глубоком понимании базовых дисциплин. В технических вузах одной из таких дисциплин является теоретическая механика. Самостоятельное решение задач повышенной сложности по теоретической механике – своего рода гарант ее глубокого понимания.

Предлагаемые в сборнике задачи подобраны по принципу “не в ширь, а вглубь”. Для их решения вполне достаточно знаний основных разделов курса теоретической механики, изучаемого студентами технического вуза. Уровень задач разный, начиная от школьных задач по физике повышенной сложности и заканчивая задачами всероссийских и международных олимпиад по теоретической механике.

Пособие предназначено прежде всего для самостоятельной работы студентов и может быть использовано преподавателями для работы кружков с углубленным изучением теоретической механики и подготовки студентов к олимпиадам.

Издание такого сборника во многом связано также с переходом кафедр теоретической механики на рейтинговую систему оценки знаний студентов. Предполагается, что самостоятельное решение задач из сборника позволит студенту повысить свой рейтинг. Чтобы избежать “подсказки” решения или “подгонки под ответ”, в пособии умышленно не дается ни указаний по решению задач, ни ответов к ним. Причем сначала сформулированы короткие задачи, “для разминки”. Каждая из таких задач допускает изящное, короткое решение, но до него нужно догадаться. Затем уже даются основные задачи, требующие более вдумчивого отношения к их условиям и выбору оптимального способа решения.

# ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ И РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Кинематика изучает *геометрические свойства движения тел без учета действующих на них сил*. Напомним, что в теоретической механике движение тел происходит в результате их взаимодействия, единственной мерой которого являются силы. Тем самым, движение тел происходит под действием сил. Изучение этого движения является предметом основного раздела курса теоретической механики - динамики. Кинематика же является в этом смысле вспомогательным разделом к динамике. Ее задачами являются способы задания движения тел и определение их кинематических характеристик – траектории, скорости и ускорения точек тел. Либо, наоборот, восстановление закона движения тел по его кинематическим характеристикам – скоростям и ускорениям отдельных точек этих тел.

Ограничимся в нашем пособии рассмотрением четырех подразделов кинематики – кинематики точки, кинематики простейших движений твердого тела, кинематики плоского движения твердого тела и кинематики сложного движения точки.

**Кинематика точки**. При решении задач движение точки *М* можно задать (рис.1.1) в прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* ее координатами: , , или ее радиус-вектором , где **.** Геометрическое место положений точки при ее движении называется *траекторией*. Если бы точка была покрашена, то траектория в точности совпала бы с ее следом.



x

y

z



*y*

*x*





*z*

Рис. 1.1.



O

Если траектория точки *М* заранее известна (как, например, при движении автомобиля по известной дороге), то можно определить ее положение (рис.1.2), “не выходя” за рамки траектории ее криволинейной координатой *s*=*s*(*t*), где *s* – длина дуги , взятая с соответствующим знаком. Такой способ задания движения называется *естественным*. Связь естественного способа задания движения точки с координатным дается соотношением:**.** Знак “+” или “–” берется в зависимости от направления движения точки по траектории от “–” к “+” или от “+” к “–”, соответственно.

Скорость и ускорение точки *М* в прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* имеют проекции

*b*

*n*

*τ*

B

A

O

–

*s*

Рис. 1.2.

+

=,=, =; , , ,

а в естественной системе координат имеют проекции

, , ; , , = 0 ,

где – радиус кривизны траектории в точке *М*.

Связь между проекциями скорости и ускорения в прямоугольной декартовой и естественной системах координат дается формулами:

**,** *,***,** в частности, для плоского движения точки (в плоскости ).

Касательное ускорение характеризует изменение вектора скорости по величине. Если скорость точки по модулю остается постоянной, , то . Нормальное ускорение характеризует изменение скорости по направлению. Если точка движется по прямой, то  и .****Модуль полного ускорения равен = R

Отметим, в заключение этого пункта, что иногда для решения задач кинематики применяют и другие способы задания движения точки – например, в полярной, цилиндрической или сферической системах координат**.**

**Кинематика простейших движений твердого тела.** К простейшим движениям твердого тела относят *поступательное* и *вращательное* движения.

Поступательным называется такое движение тела, при котором прямая, соединяющая две любые точки тела остается в процессе движения параллельной самой себе. Свойства поступательного движения полностью определяются следующей *теоремой*: при поступательном движении абсолютно твердого тела все его точки описывают конгруэнтные траектории и имеют в каждый момент времени одинаковые скорости и ускорения.Согласно этой теореме поступательное движение твердого тела полностью определяется движением одной (любой) его точки. При поступательном движении можно говорить о *скорости и ускорении поступательного движения тела.* Векторы  и  можно изображать при этом приложенными к любой точке тела.Верным является и обратное утверждение:е*сли векторы скорости и ускорения всех точек тела в любой момент времени одинаковы, то такое движение поступательное.* Из этой теоремы, следует, что поступательное движение – единственный пример движения твердого тела, при котором все точки движутся одинаково.

Рис. 1.3. исправить!

**v***B*

***a****B*

***r****B*

*B*

*K*



***a****Bn*



z

*A*

x

y

*O*

***a****B*τ

Движение твердого тела с двумя неподвижными точками называется вращательным движением этого тела вокруг неподвижной оси. Осью вращения при этом является прямая, проходящая через неподвижные точки.На рис. 1.3 это ось , проходящая через неподвижные точки  и . Положение твердого тела полностью определится углом поворота  этого тела вокруг оси z. Уравнение  называют *законом вращательного движения тела*. Будем считать угол положительным, , если вращение происходит против часовой стрелки (для наблюдателя, смотрящего с положительной стороны оси *z*).Величину , характеризующую быстроту вращения тела, называют *угловой скоростью* тела. Угловая скорость измеряется в радианах в секунду или числом оборотов  в минуту, причем . Если угловая скорость изменяется со временем, то быстроту ее изменения будет характеризовать *угловое ускорение* тела . Размерность углового ускорения 

Введем еще векторы угловой скорости ω, и углового ускорения ε, где – единичный вектор оси вращения . Вектор ω направлен вдоль оси вращения в сторону, откуда это вращение видно происходящим против часовой стрелки. Вектор εтакже направлен вдоль оси вращения, причем для ускоренного вращения векторы ω и *ε* направлены в одну сторону (см. рис. 1.4а), а для замедленного вращения – в разные стороны (см. рис. 1.4б).

Рис. 1.4.

z





б

z





а

Если , то вращение называют *равномерным.* Если , то вращение называют *равнопеременным.* При равнопеременном вращении , , где  - начальная угловая скорость, а – начальный угол поворота. Все точки  тела, не лежащие на оси, будут двигаться по окружностям, плоскости которых перпендикулярны оси, центры лежат на ней, а радиусы равны расстояниям  точек до оси вращения (рис.1.3). Скорость  точки  будет тогда направлена по касательной к этой окружности в сторону вращения тела и равна по модулю .

Ускорение точки будет складываться из касательного и нормального ускорений, + . Касательное ускорение в случае вращательного движения тела называют еще *вращательным*  Направлено оно по касательной к окружности в сторону дуговой стрелки углового ускорения и равно по модулю =. Нормальное ускорение направлено к центру окружности (к оси вращения), поэтому его еще называют *центростремительным*. Его модуль равен Модуль полного ускорения равен Угол же , между векторами полного и центростремительного ускорений определяется из соотношения  и не зависит от выбора точки В.

Приведенные выше формулы можно написать и в векторном виде

 ω, , *=* ω= ω( ω),

где  - радиус вектор точки  тела (рис.1.3).

*Передаточные механизмы*. Передача движения от одного тела (ведущего) к другому (ведомому) является одной из типичных и важнейших задач техники. Такая передача осуществляется с помощью передаточных механизмов – зубчатой передачи, фрикционной передачи и т. п. Общим для всех передаточных механизмов является то, что проскальзывание между соприкасающимися телами отсутствует. Это приводит к тому, что скорости соприкасающихся тел в точках контакта оказываются одинаковыми. Поэтому, зная движение ведущего тела можно определить движение ведомых тел.

1

4

3

2

B

A

I

II

Рис. 1.5.

Рассмотрим в качестве примера редуктор скорости вала. Пусть вал  вращается (рис. 1.5) с угловой скоростью  Определим угловую скорость вращения вала , если радиусы колес (шестерней) механизма равны .

Так как колесо  жестко скреплено с валом , то . Аналогично . Приравнивая скорости в точках  и  контакта колес, получим , . Так как колеса 2 и 3 жестко скреплены, то. Следовательно,

M

A

### S

P

Q

O

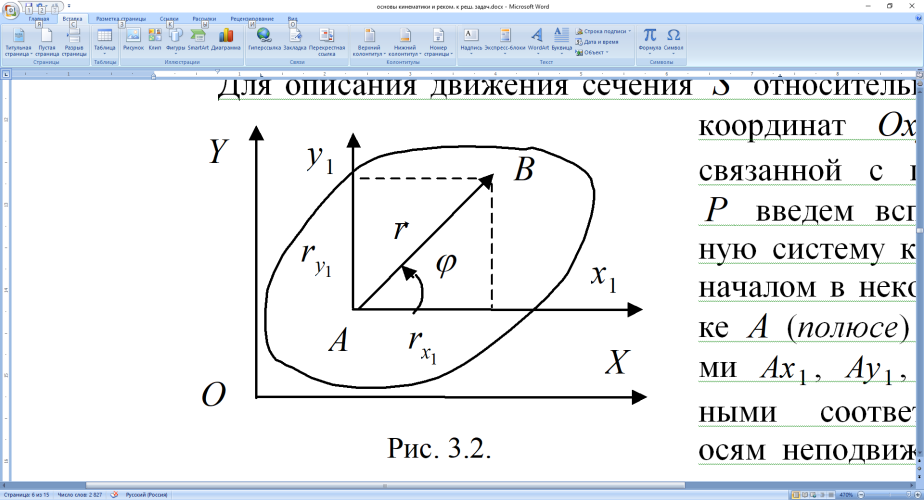
y

x

Рис. 1.6.

, или .

Подбирая радиусы колес, можно, таким образом, по заданной угловой скорости  вала  получить любую наперед заданную скорость  вала.

. **Плоское движение твердого тела.** Движение твердого тела называется *плоским (плоскопараллельным*), если все точки тела движутся в плоскостях, параллельных некоторой неподвижной плоскости  (рис. 1.6). Все точки тела, лежащие на прямой, перпендикулярной плоскости (точки  и  на рис. (1.6)), движутся одинаково. Поэтому, движение твердого тела полностью определяется движением сечения  тела плоскостью .

Для описания движения сечения  относительно системы координат , жестко связанной с плоскостью  введем вспомогательную систему координат с началом в некоторой точке  (*полюсе*) тела и осями , , параллельными соответствующим осям неподвижной системы координат  (рис. 1.7). Система координат  будет тогда двигаться поступательно (со скоростью точки ) относительно системы . Движение же сечения  относительно системы координат  – это вращательное движение. Таким образом, *плоское движение твердого тела слагается из поступательного движения вместе с полюсом*  *и вращательного вокруг этого полюса.* Оно будет однозначно определено заданием координат точки  и углом поворота какого-нибудь отрезка , жестко связанного с сечением .

Рис. 1.7.

Рис. 1.7.

,   
Эти уравнения задают *закон плоского движения твердого тела.*

При этом за полюс может быть взята любая точка тела. Вид первых двух уравнений поэтому зависит от выбора полюса, вращательная же часть движения (третье уравнение) от выбора полюса не зависит.





x

y

O

A





Рис. 1.8.





**ρ**

x1

y1

Пусть точка  расположена на расстоянии от полюса  и  (рис. 1.8). Тогда

ρ (1)

Проецируя (1) на оси  и , получим закон движения точки  в координатной форме

,



Скорость произвольной точки  получается дифференцированием по времени равенства (1)

, (2)

где  - скорость полюса , а – скорость вращательного движения точки вокруг полюса(скорость вращательного движения тела в системе координат ). Вектор направлен перпендикулярно отрезку в сторону вращения, а его модуль равен.

Таким образом, *скорость произвольной точки твердого тела, совершающего плоское движение, геометрически складывается из скорости какой-нибудь другой точки , принятой за полюс, и скорости этой точки в ее вращении вместе с телом вокруг полюса А*. Соотношение (2) дает три следствия:

**v***BC*

*A*

*B*

**v***CA*

Рис. 1.10.

**v***A*

*C*

*a*

*b*

*c*

A

M

**V***A*

**V***M*

Рис. 1.9.



**V***A*

**V***MA*

*Следствие 1.* Проекции скоростей двух точек тела на прямую, их соединяющую, равны (рис.1.9).

*Следствие 2.* Если точки *А*, *В* и *С* лежат на одной прямой, то концы векторов скоростей этих точек, , тоже лежат на одной прямой, причем (рис. 1.10)

*Следствие 3(мгновенный центр скоростей)*.Если угловая скорость тела в данный момент времени отлична от нуля, то существует и единственная точка, скорость которой в этот момент времени равна нулю. Эта точка называется *мгновенным центром скоростей* (МЦС). Если в момент времени , когда точка  является МЦС, взять ее за полюс, то скорость любой точки плоской фигуры будет равна ее скорости вращения вокруг МЦС, и для любых точек

*B*

*A*

*B*

*A*

**v**

*C*





Рис. 1.11.

=/BC = =…

Поэтому, зная положение МЦС данной плоской фигуры и скорость какой-либо ее точки, можно определить скорость любой другой точки фигуры и ее угловую скорость.

Для определения МЦС необходимо знать направления скоростей каких-либо двух точек плоской фигуры. Если эти скорости не параллельны, то МЦС (точка  на рисунке 1.11) находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к их скоростям. Если же эти скорости параллельны, то для определения МЦС необходимо знать также и их модули. В этом случае способы построения МЦС показаны на рисунках 1.12а и 1.12б. В случае, показанном на рис. 1.12в, движение плоской фигуры в данный момент времени является мгновенно поступательным, , МЦС не существует (находится в бесконечности), и .

б

*C*





а

*С*











в



Рис. 1.12

*B*

*A*

*B*

*A*

*B*

*A*

Рассмотрим еще один случай определения МЦС. Пусть цилиндрическое тело  катится без скольжения по неподвижной поверхности . Так как скольжение отсутствует, то точка соприкосновения тела с неподвижной поверхностью имеет скорость, равную нулю и, следовательно, является МЦС (рис. 1.13).

*A*

*C*

*L*

**

Рис. 1.13.

В случае, если механизм состоит из нескольких твердых тел (звеньев), у каждого из тел (звеньев) свой МЦС.

В соответствии с представлением плоского движения тела в виде суммы поступательного движения вместе с полюсом  и вращательного движения тела вокруг полюса , ускорение любой точки  тела также представляется в виде суммы

=, (3)

где - ускорение точки , а - ускорение вращательного движения точки вокруг точки .

Ускорение можно разложить на две составляющие: нормальное вращательное ускорение , направленное к полюсу , (см. рис. 1.14), и касательное вращательное ускорение , направленное перпендикулярно к , в сторону дуговой стрелки углового ускорения ε тела.

**

*A*

*B*

(S)

**

*B*

***a***

*BA*

***a***

*n*

*BA*

***a***

**

*BA*

***a***

*A*

***a***

***a****A*

μ

Рис. 1.14.

(4)

Причем модули этих векторов равны **=,** , , а тангенс угла наклона, образуемый векторами и равен tg.

Соотношение (3) теперь можно записать так

**=**. (5)

Для ускорений, как и для скоростей можно сформулировать три следствия

*Следствие 1.* Проекции ускорений двух точек тела на прямую, их соединяющую, связаны соотношением (рис. 1.15).

*A*

*B*

Рис. 1.15.

***a****B*

***a****A*x

***a****A*

***a****B*x

x

*Следствие 2.*Если точки А, В и С лежат на одной прямой, то и концы векторов ускорений этих точек, , и лежат на одной прямой, причем  (рис. 1.16).

*A*

*B*

Рис. 1.16.

***a****B*

***a****A*

x

***a****C*

*a*

*b*

*c*

*C*

*Следствие 3 (мгновенный центр ускорений).* Если в данный момент времени движение непоступательное (либо , то существует и единственная точка, ускорение которой равно нулю. Эта точка называется *мгновенным центром ускорений* (МЦУ). Если в момент времени, когда точка О является МЦУ, взять ее за полюс, то ускорение любой точки Aплоской фигуры будет равна ее ускорению вращения вокруг МЦУ, и для любых точек *A,B,D*,…:

=/BO ==…

Поэтому, зная положение МЦУ данной плоской фигуры и ускорение какой-либо ее точки, можно определить ускорение любой другой точки фигуры.

Укажем способы построения МЦУ:

1. Известны ускорение одной точки A, . В этом случае точка *О* (МЦУ) определяется равенствами: **,** (см. рис.1.17).

Рис. 1.17

2. Известны ускорения двух точек В этом случае сначала находится угол **,**. Это угол, образуемый вектором и направлением отрезка *АВ*. Далее построение МЦУ изображено на рис.1.18 ( не параллельно ) и 1.19 параллельно ).

Рис. 1.18

|  |  |
| --- | --- |
| а | б |

Рис. 1.19

В случае диска, катящегося с постоянной скоростью без проскальзывания по прямолинейной поверхности, МЦУ будет находиться в центре диска, а МЦС – в точке контакта с поверхностью.

*Кинематический расчет плоского механизма*. На основе установленных соотношений для скоростей и ускорений плоских фигур можно проводить расчет кинематики движения плоских многозвенных механизмов. Обычно в таком механизме движение одного звена задано, а движение остальных звеньев требуется определить, то есть определить скорости и ускорения отдельных точек этих звеньев, угловые скорости и угловые ускорения самих звеньев. Расчет такого механизма проводят, последовательно переходя от одного звена к другому.

**Сложное движение точки.** Пусть точка движется в системе отсчета и нам требуется определить ее скорость и ускорение. Одним из способов решения такой задачи является переход в другую, вспомогательную систему отсчета (рис.1.17). Тогда, решив задачу в системе и зная как она движется относительно исходной системы , нужно будет еще восстановить искомые скорость и ускорение. Задача этого пункта и состоит в том, как это сделать. Но сначала договоримся о терминологии.

*Абсолютное, относительное и переносное движения.* Исходную систему координат будем называть *неподвижной,* а вспомогательную  - *подвижной.* Движение точки относительно неподвижной системы назовем *абсолютным*, а ее скорость и ускорение – *абсолютной скоростью* и *абсолютным ускорением* и будем обозначать индексом “”, , (от слова *absolute* – абсолютный). Движение же точки относительно подвижной системы назовем *относительным*, соответственно скорость и ускорение – *относительной скоростью* и *относительным ускорением* и будем обозначать индексом “”, , (от слова *relative* – относительный). Движение, совершаемое подвижной системой  относительно неподвижной системы , назовем *переносным*. Скорость и ускорение точки , вызванное переносным движением назовем *относительной скоростью* и *относительным ускорением* и будем их обозначать индексом “”, , **,** (от *endure* – переносить). Иными словами, переносная скорость (ускорение) – это та скорость (ускорение), которую движущаяся точка  имела бы, если бы она в этот момент времени оказалась жестко связанной с подвижной системой координат.

y

x

O



Рис. 1.20



x









z

















Абсолютное движение точки мы рассмотрели как *сложное* и представили его суммой двух движений – относительного и переносного.

*Теорема о сложении скоростей***.** Абсолютная скорость точки равна сумме относительной и переносной скоростей.

 (6)

Модуль абсолютной скорости можно вычислить по формуле (теорема косинусов)



(7) *Теорема о сложении ускорений (теорема Кориолиса*). Абсолютное ускорение равно сумме относительного , переносного и кориолúсова ускорений.

**=** (8)

Через в равенстве (8) обозначено так называемое *ускорение Кориолиса* (или кориолúсово ускорение) =2***ω***.

Рис. 1.21.

*ac*







Модуль кориолúсова ускорения равен,

а направлено оно перпендикулярно плоскости векторов  и ***ω*** в ту сторону, откуда вращение от ***ω*** к  видно происходящим против часовой стрелки (см. рис. 1.18). Это ускорение обращается в нуль в трех случаях: если угловая скорость подвижной системы отсчета равна нулю ***ω****=*0, то есть переносное движение поступательное; если угловая скорость вращения подвижной системы отсчета параллельна относительной скорости ***ω ***; и, наконец, если относительная скорость точки равна нулю ***.***

**Рекомендации к решению задач кинематики.** В отличие от задач статики, при решении задач кинематики не удается изложить в нескольких пунктах общие рекомендации, годные для всех задач. В основном потому, что задачи кинематики можно решать разными способами, и, в этом смысле, задачи кинематики являются более творческими.

В любом случае решение задачи нужно начинать с внимательного прочтения условия задачи. Очень полезно представить при этом как движется механизм (или одно тело, или точка, в зависимости условия задачи). При этом нужно задать себе вопрос: а какое именно движение совершают отдельные его части (поступательное, вращательное или произвольное плоскоетвердого тела, либо сложное движение тела или отдельных его точек)? Ответив правильно на этот вопрос, вы уже не ошибетесь в выборе основных уравнений, определяющих движение этих частей механизма. Например, если тело совершает произвольное плоское движение, то определяющими будут соотношения (2) и (3) и их следствия. Если же точка совершает сложное движение – то вам нужны формулы (6) и (8).

Задачу вы сможете решить, если вам удастся ее “замкнуть”, т.е. записать столько соотношений, чтобы общее число скалярных уравнений равнялось общему числу скалярных неизвестных. Например, в случае произвольного плоского движения твердого тела векторное уравнение (5) эквивалентно двум скалярным уравнениям (в проекциях на две оси xиy). Значит оно решается, если содержит только два скалярных неизвестных (например, и ). Иногда для замыкания задачи требуется представить движение какой-то точки, как сложное и получить дополнительные соотношения для ее скорости (6) или ускорения (8).

Выбор способа решения также остается за вами. Удачный выбор приведет к более простому решению, неудачный – либо вообще не позволит вам ее решить, либо решение будет более громоздким. Например, иногда координатный способ решения (для определения скорости и ускорения какой-то точки вы вводите ее координаты, а затем дифференцированием по времени получаете искомые величины) дает более простое решение, нежели применение достаточно громоздких формул для плоского или сложного движения частей механизма.

В случае сложного движения точки, решение задачи на определение ее абсолютной скорости и ускорения складывается из

следующих этапов.

-представить движение точки как сложное и ввести подвижную систему отсчета. Здесь нужно иметь в виду, что это можно сделать различными способами.

-решить задачу в подвижной системе координат и найти  и

- найти скорость и ускорение переносного движения точки  и . На этом этапе решения нужно мысленно остановить («заморозить») относительное движение точки.

- найти модуль и направление кориолúсова ускорения . Для этого нужно оба вектора ***ω*** и  отложить из одной точки и вспомнить определение векторного произведения векторов.

-вычислить абсолютную скорость и абсолютное ускорение по формулам (6), (8). Модуль абсолютной скорости вычисляется с использованием теоремы косинусов по формуле (7), а модуль абсолютного ускорения удобнее всего вычислять, проецируя векторное уравнение (8) на три взаимно перпендикулярные оси неподвижной системы координат.

В следующей главе на примере решения девяти задач кинематики все вышеописанные здесь рекомендации успешно используются.

# ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ С РЕШЕНИЯМИ



**Задача 1.** Определить скорость и ускорение точки В кулисного камня механизма в положении, определяемом углом φ, если длина кривошипа ОА=*r*, расстояние между осями вращения кривошипа и кулисы и . Угловая скорость кривошипа постоянна и равна .

**Решение.** Если кривошип ОА составляет с вертикалью угол φ, то в равнобедренном треугольнике угол и значит кулиса составляет с горизонталью угол . Отсюда следует, что угловая скорость кулисы и кулисного камня равна по величинеи направлена в противоположную сторону, а угловое ускорение.

Скорость и ускорение точки В кулисного камня в его плоскопараллельном движении определим из векторных формул: = **;**=**,** где , , , . Угол между векторами , а также между векторами равен , поэтому по теореме косинусов получим:

= ;

=

** Задача 2.** Стержень ОА вращается в плоскости рисунка вокруг точки О с угловой скоростью и угловым ускорением , выталкивая диск радиуса R, движущийся в этой плоскости. Определить скорость и ускорение центра диска С в зависимости от угла наклона стержня φ.

**Решение.** Из треугольника ОСВ следует, что =Rctg(φ/2). Продифференцируем это уравнение связи дважды, учитывая, что = - ,= . В результате получим

,   
.

Заметим, что полученный ответ не зависит от того будет или не будет цилиндр проскальзывать при своем движении.

**Задача 3.** Стержень АВ длиной L=R скользит своими концами по взаимно перпендикулярным окружностям больших кругов сферы радиуса R. Скорость конца А постоянна и равна V. Определить скорость и ускорение точки В в положении, определяемом углом φ =.

**Решение.** В системе координат Oxyz, изображенной на рисунке

, , (1)

Найдем теперь связь между углами φ и α. Имеем: **AB=OB–OA**;

**OA**= (Rcosφ, Rsinφ, 0), **OB** = (Rsinα, 0, Rcosα).

Следовательно, **AB**=(R(sinα–cosφ),-Rsinφ, Rcosα). Так как AB=R, получаем искомую связь:

2sinαcosφ =1 (2)

Значит, при φ = угол α =. Дифференцируя (2) по времени, получим = tgφtgα, = (tgα/ + tgφ) Подставляя полученные значения в (1) для принятых исходных данных, получим ответ:

**Задача 4.** Точки А и В движутся в плоскости рисунка со скоростями , , . Точка А движется прямолинейно, а скорость точки В в каждый момент времени направлена на точку А. Определить путь, пройденный точкой А до встречи с точкой В, если в начальный момент времени , а скорости и взаимно перпендикулярны.

**Решение.** Пусть y=y(x) – линия погони. Тогда искомый путь S = y(). Имеем:

= dx; ; Следовательно:

dx = 2y+2(. Дифференцируя последнее равенство, получим: *=*Интегрируя, с учетом будем иметь:

= (9)

Возводя равенство (3) в квадрат, получим: 2() = . Учитывая (9), будем иметь: 2=x/() . Следовательно: . Интегрируя, получим: . Значит, S = y() =2

**Задача 5.** Стержень АВ, проходящий через муфту С, движется в плоскости xOy. Точка А имеет скорость V и ускорение , направленные вдоль оси x. Определить на стержне положение точки М (задаваемое расстоянием AМ), ускорение которой направлено вдоль стержня, если ОС=h, а

**Решение (1-ый способ).** Для любой точки М стержня АВ имеем: . Условие того, что ускорение направлено вдоль стержня означает, что , или . Для нахождения спроецируем равенство на ось, перпендикулярную стержню. Учитывая, что , а AC = h/sinφ, получим, что V, а значит =/h. Значит,

**Решение (2-ой способ).** Представим движение стержня как сложное, состоящее из переносного вращательного движения вместе с муфтой С и относительного прямолинейного движения вдоль муфты. Ускорение любой точки М стержня определяется по теореме Кориолиса: **=+**, где = ==2 Чтобы ускорение было направлено вдоль стержня АВ должно выполняться условие , т.е.

2 (10)

При этом ,. Тогда = Подставляя это выражение в (10), получим для AM=AC - CM тот же ответ.

Замечание. Т.к. AМ, то необходимым условие существования решения задачи является условие:

**Задача 6.** Стержни АС и ВС, соединенные шарниром С, совершают движение в плоскости, в которой они расположены. В некоторый момент, когда угол между ними равен , мгновенные центры ускорений стержней АС и ВС находились соответственно в точках В и А, а их угловые скорости были равны . Определить в этот момент величину и направление ускорения точки С, если АС=ВС=.

**Решение.** Для ускорения точки С можем написать равенства:

**=** где , =, , =

Проецируя на АС, получаем:= Следовательно,

= , tanφ =

**Задача 7.** На круглом бревне радиуса R в верхнем положении сидела маленькая букашка. Будучи вначале в покое бревно стало скатываться по склону с постоянным угловым ускорением . В тот же момент времени букашка начала движение по бревну в сторону, противоположную вращению бревна. Букашке нужно добраться до крайнего правого положения на бревне (чтобы затем упасть на землю). Какой при этом должна быть величина скорости букашки u относительно бревна, если считать ее постоянной.

**Решение.** Рассмотрим вращательное движение букашки М вокруг центра О плоского среза бревна. Это движение состоит из переносного движения, связанного с вращением бревна, и определяемого углом , и относительного движения – букашки М по бревну, определяемого углом Тогда φ =

При этом . Следовательно, φ =.

В момент T достижения букашкой положения , т.е. )/ Чтобы решение задачи существовало, нужно чтобы хотя бы один из корней был положительный, следовательно,. И мы получаем ответ: u.

**Задача 8.** Определить скорость и ускорение ползуна С кулисного механизма, кривошип ОВ которого вращается с постоянной угловой скоростью , если ОВ=r, h = rВ расчетном положении ОА.

**Решение ( 1-ый способс применением сложного движения)**. Введем подвижную систему координатсвязанную с муфтой А. Рассмотрим движение точки В как сложное – относительно муфты и вместе с муфтой. Из векторного уравнения получаем т.к. Рассматривая теперь движение точки С как

сложное, из векторного уравнения

имеем .Следовательно, ,/3.

Из векторного уравнения в проекции на ось для точки В получим , где . Отсюда

Аналогично, для точки С: , где . Отсюда x

**Решение (2-ой способ методом координат).** Рассмотрим произвольное положение кривошипа ОВ, определяемое углом φ =φ(t). Пусть DC = x. Тогда,. Из треугольника ADC, x = 2htg. Из треугольника AOB по теореме синусов

r/sin=h/sin(φ - ) Следовательно, x = . Дифференцируя последнее выражение по времени, с учетом того, что = и подставляя в полученные выражения для скорости и ускорения точки С значение φ = получим тот же ответ.

** Задача 9.** Ползуны А и В движутся вдоль горизонтальной направляющей в разные стороны с постоянными скоростями , Определить для данного положения механизма угловую скорость и угловое ускорение стержня CD, который может скользить вдоль муфты и поворачиваться вместе с ней вокруг неподвижной точки М.

**Решение.** Рассматривая точку С принадлежащую одновременно стержням АС и ВС, получим для скоростей: . Проецируя эти равенства на оси x и y, получим (направления у и разные). Для стержня СD: Проецируя это равенство на оси вдоль CDи перпендикулярную CDи учитывая, что , получим: .



Аналогично, для ускорений:

Также, проецируя эти равенства на оси x н y, с учетом того, что получим ( направления у и тоже разные).

Рассмотрим теперь стержень CD:

(11)

Рассмотрим также неподвижный центр муфты и представим его покой как сумму двух движений – относительно стержня AD и вместе со стержнем AD. Тогда будем иметь: **0= ; 0 = .** В этих равенствах Учитывая, что, получаем что и , следовательно и а значит Тем самымнаправлен вдоль стержня СD. Проецируя теперь векторное равенство (11) на ось, перпендикулярную стержню, получим: /

Заметим, что уравнение (11) исходно содержало три скалярных неизвестных – это полностью неизвестный вектор Представление же покоящегося центра муфты в виде суммы двух движений позволило нам сократить в равенстве (11) число неизвестных до двух и определить .

# КОРОТКИЕ ЗАДАЧИ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **К3.1.** Принимая радиус Земли равным 6400 км, определить, на какой широте скорость точки земной поверхности за счет суточного вращения Земли на 200 м/с меньше, чем на экваторе | | |
| **К3.2.** Точка, получив некоторую начальную скорость, начала двигаться равнопеременно по окружности радиусом 10 м. При этом за десять полных обходов окружности скорость точки уменьшилась вдвое. Какой путь прошла точка до момента остановки? | | |
| **К3.3.** Диск, диаметр которого 4 см, вращается так, что угловая скорость его изменяется по закону ω=2π*t*2 рад/с. Определить касательное ускорение точки на ободе диска в тот момент, когда диск повернулся на угол φ =18π рад. | | |
|  | **К3.4.** В изображенном на рисунке механизме *AB*=*CD*=4 см, *OM*=6 см, *AC*=*BD*. Угол φ изменяется по закону φ(*t*)=6р*t* рад. Найти ускорение Кориолиса точки *M* в момент времени t=1/6 с. | |
| **К3.5.** Стержень *OAB*, изогнутый в точке *A* под прямым углом, вращаясь вокруг оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка с угловой скоростью ω1=1 рад/с, приводит во вращение кольцо *M*, надетое на этот стержень и на неподвижный стержень *CD*. *OA*=*h* =20 см. Определить скорость колечка *M* в его движении относительно стержня *OAB*. | |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | **К3.6.** Определить скорость точки D при изображенном на рисунке положении механизма, если υ*A*=10 см/с, *АВ*=40 см, *r*=15 см, *R*=20 см. | | | | | |
| **К3.7.** Звено 1 изображенного на рисунке механизма движется с постоянной угловой скоростью ω1=2 рад/с. *OA*=*AB*=30 см, *AC*=20 см. Найти ускорение точки *C*. | | | | | |  | |
|  | **К3.8.** Колесо радиусом *R* катится с проскальзыванием по горизонтальной поверхности. В некоторый момент времени скорости точек *A* и *B* одинаковы и равны *v*. Найти в этот момент скорость центра *C* колеса, если AC=R/2 . | | | | | | |
| **К3.9.** В изображенном на рисунке планетарном механизме звенья 3 и 4 вращаются с постоянными угловыми скоростями ω3 и ω4. Радиусы колес r4=r; r2=2r. Найти угловую скорость колеса 1. | | | | | | |  |
|  | **К3.10.** Найти отношение скорости точки *B* к скорости точки *A* диска, катящегося без проскальзывания по изображенной на рисунке поверхности, если известны размеры *a* и *R.* | | | | | | |
| **К3.11.** По заданным уравнениям движения точки *x*=2*et*; *y=4e-t*  получить уравнение ее траектории в координатной форме. | | | | | | | |
| **К3.12.** Точка движется по прямой из состояния покоя с постоянным ускорением 0,2 м/с2. Определить путь, который точка пройдет за промежуток времени от 4 до 10 секунд. | | | | | | | |
| **К3.13.**  При торможении вала его угловая скорость изменялась по закону ω =32-2*t*2 рад/с. Определить, на какой угол повернулся вал от начала торможения до остановки. | | | | | | | |
| **К3.14.** По заданному уравнению движения тела 1 *s*1=*t*/(*t*-1) найти, по какому закону изменяется линейная скорость точки *М*. Радиусы колес *r*2, *r*3, *r*4, *r*5 считать известными. | | | | | |  | |
|  | | | **К3.15.** Найти расстояние от точки *О* до мгновенного центра скоростей Г-образного стержня, если заданы размер *OA* и угол φ. | | | | |
| **К3.16.** Тело вращается вокруг неподвижной оси с угловым замедлением ε=1,5 рад/с. Определить линейное ускорение точки *А* тела, находящейся на расстоянии r=0,3 м от оси вращения, за две секунды до момента остановки тела, если его начальная угловая скорость ω0=6 рад/с. | | | | | | | |
| **К3.17.** Дано: ω1=4 рад/с; R=5 см; *O*2*M*=10 см. Определить ω2. | | | | |  | | |
|  | | | | **К3.18.** Для изображенного на рисунке положения механизма найти линейную скорость точки *C*, если ω1=4 рад/с; *OA*=15 см; *AB*=8 см; *BC*=20 см. | | | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **К3.19.** Дано: ω1=1 рад/с; ε1= 5 см; r=5 см. Найти линейное ускорение точки *B*. | | | | | | | | | | | | | |  | | | | |
|  | | | | | | | **К3.20.** Найти расстояние от точки A до той точки звена 2, которая в данном положении механизма имеет наименьшую скорость, если *OA*=10 см | | | | | | | | | | | |
| **К3.21.** Диск начинает вращаться из состояния покоя с угловым ускорением ε(*t*)=sin(π*t*). Определить время до первой остановки диска. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.22.** Летчик, у которого не раскрылся парашют, упал в глубокую воронку, доверху заполненную рыхлым снегом, и остался жив. Какой минимальной глубины была воронка, если установившаяся скорость вертикально падающего в летном комбинезоне человека 60 м/с? Максимальное ускорение, которое может в течение нескольких секунд выдержать тренированный организм, – 150 м/с2. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.23.** Считая движение снаряда в канале ствола равноускоренным, определить во сколько раз изменится скорости снаряда при выходе из канала, если ствол укоротить в *n* раз. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.24.** Точка движется в соответствии с уравнениями: *x*=2e-2t-1; *y*=3e-t+4. Определить угол, который вектор скорости точки составляет с положительным направлением оси *x* при *t*=0. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.25.** Сферический баллон надувают так, что его радиус изменяется со временем *t* по закону *R* = υ0*t*, где υ0 – постоянная. Найдите зависимость скорости «разбегания» двух точек на поверхности сферы от расстояния между ними. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.26.** К горизонтально расположенному шероховатому цилиндру радиусом *R*1, вращающемуся с постоянной частотой *n*1, прижимают сверху шероховатый цилиндр радиусом *R*2. Ось второго цилиндра также горизонтальна, угол *AОВ* равен α. Определите установившуюся частоту вращения верхнего цилиндра.  Оси обоих цилиндров жестко закреплены. Поверхности цилиндров не деформируются. | | | | | | | | | | | | | | |  | | | |
|  | | | | **К3.27.** Центр *С* колеса радиусом  *r*=0,6 м движется с постоянной скоростью υ*C* = 5 м/с. На колесо намотан канат, к которому крепится диск радиусом *r*, вращающийся с постоянной угловой скоростью ω = 5 рад/с. Определить скорость точки *A*. Считать, что канат в процессе движения остается вертикальным. | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.28.** Найти расстояние между мгновенными центрами скоростей звеньев 2 и 3, если *OA*=12 см; *AB*=20 см; *BC*=6 см; *r*=4 см. Качение тела 3 по поверхности происходит без проскальзывания. | | | | | | | | | | |  | | | | | | | |
|  | | | **К3.29.** Для изображенного на рисунке положения механизма определить скорость точки *C*, если ω1=2 рад/с; *O*1*A*=*O*2*E*=15 см; *BC*=8 см; *BD*=20 см. | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.30.** Определить угловое ускорение звена 2 механизма, если ε1=3 рад/с2. | | | | | | | | | | |  | | | | | | | |
|  | | | | | | | **К3.31.** К ползуну, который может перемещаться по направляющей рейке, прикреплен шнур, продетый через кольцо. Шнур выбирают со скоростью υ. Определить скорость ползуна в момент, когда шнур составляет с вертикалью угол α. | | | | | | | | | | | |
| **К3.32.** За какую секунду от начала движения путь, пройденный точкой в равноускоренном движении, втрое больше пути, пройденного в предыдущую секунду, если движение происходит без начальной скорости? | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.33.** При угловой скорости, равной 4π рад/с, началось равнопеременное торможение диска. Сделав десять оборотов, диск остановился. Определить его угловое ускорение. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.34.** Диск радиусом 5 см вращается так, что его угловая скорость изменяется по закону ω = π (6t-t2) рад/с. Найти наибольшую линейную скорость точки обода диска при этом движении. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.35.** В фрикционном механизме вал 1 радиусом *r* вращается с постоянным угловым ускорением ε1 и одновременно перемещается в направлении, указанном стрелкой. При каком законе изменения расстояния *x* диск 2 будет вращаться с постоянной угловой скоростью *ω*2, если в начальный момент времени *x*0=*a*? | | | | | | | | | | | |  | | | | | | |
| **К3.36.** Автомобильное колесо катится по плоскости без проскальзывания. По его поверхности перемещается точка *M*. Изобразите на рисунке, как должен быть направлен вектор относительной скорости точки *М*, чтобы отсутствовало ускорение Кориолиса. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | **К3.37.** Для изображенного на рисунке положения механизма найти, во сколько раз скорость точки *C* больше скорости точки *A*? | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.38.** Стержень *OA* вращается вокруг оси *z* по закону φ= φ0e-αt (φ0 и α – постоянные). Вдоль стержня, наклоненного к вертикали под углом β, движется колечко *M*. Определить закон изменения относительной скорости колечка, если его ускорение  Кориолиса постоянно по величине и равно aк. | | | | | | | | | | | | | | | |  | | |
|  | | **К3.39.** В изображенном на рисунке положении механизма ω1= 5 рад/с; *R*=5 см. OC=3 см.Определить υ2. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.40.** Диск радиусом R обкатывает неподвижный диск радиусом 2R. При этом центр малого диска совершает один полный оборот вокруг центра большого диска. Сколько раз обернется малый диск вокруг своей оси? | | | | | | | | | | | | | | | | | |  |
| **К3.41.** Точка движется так, что пройденное расстояние s пропорционально разности начальной скорости υ0 и скорости υ в данный момент. Коэффициент пропорциональности равен *k*. Определить зависимость скорости от времени. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.42.** Сколько времени продолжалось прямолинейное движение парашютиста с постоянным ускорением, если за последнюю секунду он пролетел путь в три раза меньший, чем за все предыдущее время полета? | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.43.** Диск, диаметр которого 4 см, вращается так, что угловая скорость его изменяется по закону ω=2π*t*2 рад/с. Определить касательное ускорение точки на ободе диска в тот момент, когда диск повернулся на угол φ=18π рад. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.44.** Точка движется по окружности радиуса *R* равноускоренно из состояния покоя и совершает первый полный оборот за *t* секунд. Определить модуль ускорения точки в конце этого промежутка времени. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.45.** Вал радиуса 25 см вращается равноускоренно из состояния покоя, причем он совершил два первых оборота за 2 секунды. Определить величину нормального ускорения точки обода вала в конце пятой секунды. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | **К3.46.** В плоском механизме направляющие ползунов 1 и 5 перпендикулярны между собой, а направляющая ползуна 3 образует угол α с направляющей ползуна 1. В изображенном на рисунке положении скорость точки *A* равна υA. Найти угловую скорость звена 4 в указанном на рисунке положении, если *AC*= *BC*= *l*. | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.47.** Найти расстояние между мгновенными центрами скоростей тел 2 и 3 в изображенном положении механизма, если *OA*=12 см, *AB*=24 см, *BD*=10 см, *CD*=5 см. | | | | | | | | | | | | |  | | | | | |
|  | | | | | **К3.48.** Цилиндр 1 радиуса *R* обмотан тросом, перекинутым через блок 2. Конец *A* троса тянут со скоростью  υA, в то время как центр цилиндра  имеет скорость υO. Определить скорость точки *B* на горизонтальном диаметре цилиндра, считая участок троса от цилиндра до блока вертикальным. | | | | | | | | | | | | | |
| **К4.49.** В плоском механизме длины звеньев 1 и 2 равны соответственно *l*1 и *l*2. Кривошип *OA* вращается с постоянной угловой скоростью ω1. Определите угловое ускорение ε2 шатуна. Угол α задан. | | | | | | | | | |  | | | | | | | | |
|  | | | | | | **К3.50.** Источник света *A* опускается по вертикали со скоростью υ*A* =const. На столе имеется стойка высоты *h*, отстоящая от вертикали на расстоянии *a*. Определить скорость конца *M* тени в зависимости от высоты *H* источника света. | | | | | | | | | | | | |
| **К3.51.** Точка описывает окружность радиусом *R* с начальной скоростью υ*0*. Ускорение точки образует со скоростью постоянный угол α. Найти величину скорости как функцию времени. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.52.** Шарик падает с высоты 100 м без начальной скорости. За какое время он проходит последний метр своего пути? | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.53.** Точка на ободе диска диаметра 10 см имеет переменную скорость, описываемую соотношением υ=10*t*2 см/с. Как зависит эта скорость от угла поворота диска? | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.54.** Вал, вращавшийся с угловой скоростью 10π рад/с, совершил до остановки 20 оборотов. Определить угловое ускорение, считая его постоянным. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.55.** По наклонной доске пустили катиться снизу вверх шарик. На расстоянии 30 см от начала пути шарик побывал дважды: через 1 и 2 с после начала движения. Определить ускорение движения шарика, считая его постоянным. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.56.** По заданному уравнению движения тела s1=2-1,5t2 – рассчитать угловое ускорение звена 5. Радиусы всех колес считать заданными. | | | | | | | | | | | |  | | | | | | |
|  | | | | | | | **К3.57.** Найти скорость точки *С* изображенного на рисунке механизма, если ω1=4 рад/с; *OA*=15 см. | | | | | | | | | | | |
| **К3.58.** Дано: ω1; ω2; r4=r; r2=3r. Определить ω3. | | | | | | | | | |  | | | | | | | | |
|  | | | | | | | **К3.59.** В плоском механизме длины звеньев 1 и 2 равны соответственно *l*1 и *l*2. Кривошип *OA* вращается с постоянной угловой скоростью ω1. Определите ускорение точки *B*. Угол α задан. | | | | | | | | | | | |
| **К3.60.** Уравнения движения точки в координатной форме *x*=et+e-t; *y*=2*t*. Найти радиус кривизны ее траектории. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.61.** Из точек *А* и *В*, расположенных на одной вертикали (точка *А* выше) на расстоянии *l*=100 м друг от друга бросают одновременно два шарика с одинаковой скоростью 10 м/с: из *А* — вертикально вниз, из *В* — вертикально вверх. Через сколько времени шарики встретятся? Ускорение свободного падения g = 9,8 м/с2. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.62.** Точка движется по ветви *x*>0 параболы y=4*x*2. Определить координаты точки, в которой значение скорости в два раза больше ее проекции на ось *x*. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.63.** Точка на ободе вращающегося вала, диаметр которого 20 см, описывает окружность по закону *s*=10π*t*2 см. Определить величину полного ускорения точки в момент времени, соответствующий окончанию первого оборота. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.64.** Полудиск вращается вокруг диаметра *CD*. Радиус *OA* = 10 см составляет с этим диаметром угол 30°. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки *A* =40 π2 см/с. Определить угловую скорость тела. | | | | | | | | | | | | |  | | | | | |
| **К3.65.** Точка движется по окружности, радиус которой *r* = 200 м, с касательным ускорением 2 м/с2. Определить угол между векторами скорости и полного ускорения точки через 5 секунд после начала ее движения. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | **К3.66.** Диск катится без скольжения так, что в данный момент υA=20 см/с, *a*A=5 см/с2. Радиусы *AB*=10 см, *AC*=5 см. Найти ускорение точки *С*. | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.67.** Скорость какой точки, *A* или *B*, больше в изображенном на рисунке положении механизма, при котором α=30°, и во сколько раз? Качение происходит без скольжения. | | | | | | | | | | | | | | | | |  | |
|  | | | | | | **К3.68.** Найти ускорение точки *С* в изображенном на рисунке положении механизма, если в данный момент вре-мени ω1=1 рад/с; ε1=4 рад/с2. Заданы размеры *R*=50 см, *OA*=*AB*; *BC*=60 см. | | | | | | | | | | | | |
| **К3.69.** В плоском механизме длины звеньев 1 и 2 равны соответственно *l*1 и *l*2. Кривошип *OA* вращается с постоянной угловой скоростью ω1. Определите угловое ускорение звена 2. Угол α задан. | | | | | | | | | |  | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | **К3.70.** Определить уравнение траектории точки *M* изображенного на рисунке механизма. *OE*=20 см. | | | | | | | | | |
| **К3.71.** Самолет летит со скоростью 720 км/ч. С некоторого момента самолет в течение 10 с движется с постоянным касательным ускорением и в последнюю секунду проходит путь *s*=295 м. Определить конечную скорость самолета. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.72.** Точка движется по криволинейной траектории с касательным ускорением 2 м/с2 из состояния покоя. Определить угол между векторами скорости и полного ускорения точки в момент времени *t* = 2 с, когда радиус кривизны траектории ρ = 4 м. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.73.** Линейная скорость точки, удаленной от оси вращения твердого тела на расстояние 4 см, изменяется по закону: υ=16*t*2 см/с. Определить ее касательное ускорение в момент времени, соответствующий углу поворота тела 8 радиан. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.74.** Угловая скорость вращения тела изменяется по закону ω=2*t* рад/c. Определить линейное ускорение точки *А* тела, находящейся на расстоянии *r*=0,1 м от оси вращения в момент времени *t*=3 с. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.75.** Угловое ускорение тела изменяется по закону, представленному на графике. Определить скорость точки *А* тела, находящейся на расстоянии *r*=0,3 м от оси вращения, в момент времени *t*1=3 с, ω0=10 рад/с. | | | | | | | | | | | | |  | | | | | |
|  | | | **К3.76.** Колесо радиуса R=10 см начинает катиться без проскальзывания, так что υC0= 0,5 м/с. Совершив 50 оборотов, колесо остановилось. Найти путь пройденный точкой *С*, считая вращение колеса равнопеременным. | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.77.** Дано: ω1=2 рад/с; *OA*=12 см; *AB*=20 см; *BC*=6 см; *r*=4 см.  Определить υC. | | | | | | | | |  | | | | | | | | | |
|  | | **К3.78.** Стержень *OA* вращается вокруг оси *z* по закону φ=φ0eαt (φ и α – постоянные). Вдоль стержня движется колечко *M*. Определить закон *s*(*t*) относительного движения колечка, если его ускорение Кориолиса постоянно по величине и равно *ak*. *s*0= 0. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.79.** Дано: ω2; ω3; r1=r; r1=2r. Определить ω4. | | | | | | | | |  | | | | | | | | | |
| **К3.80.** Найти радиус кривизны траектории точки *А*, координаты которой изменяются по законам: *x*(*t*)=5-2sin(π*t*/2); *y*(*t*)=4cos2(π*t*/4)-9. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.81.** Точка движется так, что пройденное расстояние *s* пропорционально разности начальной скорости υ0 и скорости υ в данный момент. Коэффициент пропорциональности равен *k*. Определить зависимость скорости от времени. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.82.** Точка движется по окружности радиуса *r*=200 м из состояния покоя с постоянным касательным ускорением 1 м/с2. Определить полное ускорение точки в момент времени *t*=20 с. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.83.** Касательное ускорение точки, удаленной от оси вращающегося тела на 5 см, изменяется в зависимости от времени согласно соотношению aτ=2πt см/с2. Определить ее нормальное ускорение через 3 секунды после начала движения тела. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | **К3.84.** Даны радиусы колес r1, r2, r3, r4, r5.  Определить отношение угловых скоростей ω5/ω1. | | | | | | | | |
| **К3.85.** Определить скорость точки *D*, находящейся на ободе колеса 4, если r1=0,2 м; r2=1,0 м; r3=0,3 м; ω1=4 рад/с. | | | | | | | | | | | |  | | | | | | |
|  | **К3.86.** Точка *M* перемещается по вращающемуся телу с постоянной относительной скоростью *u*. Угловая скорость тела ω. Найти максимальное ускорение Кориолиса. | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.87.** Дано: *R*=5 см, *O*2*M*=10 см. Определить: ω2. | | | | | | | | | | |  | | | | | | | |
|  | | | | | | | | **К3.88.** Дано: ω=2 рад/с, ε1=0, OA=12 см, *AB*= 30 см, *DC*=10 см. Определить: *aB*. | | | | | | | | | | |
| **К3.89.** К ползуну, который может перемещаться по направляющей рейке, прикреплен шнур, продетый через кольцо. Шнур выбирают со скоростью υ=const. Определить ускорение ползуна в момент, когда шнур составляет с направляющей угол α. Расстояние между кольцом и рейкой **a**. | | | | | | | | | |  | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | **К3.90.** Определить при *t*=0 скорость точки *М*, находящейся на стержне *АВ*, если *s*=3sin2*t* м, *AB*=5 м, *ВМ*=1 м. | | | | | | | | | | |
| **К3.91.** Определить зависимость радиуса кривизны траектории точки от времени, если координаты точки изменяются по следующим законам: *x*(*t*) =3cos(π*t*/2) – 7 м; *y*(*t*) =5 + 4sin2(0,25π*t*) м. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.92.** Определить время действия фотографического затвора, если при фотографировании шарика, падающего вдоль вертикальной сантиметровой шкалы без начальной скорости, на негативе была получена полоска, простирающаяся от 25-го до 28-го деления шкалы? | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.93.** Дуговая координата точек обода диска радиуса 0,3 м изменяется по закону *s*(*t*) = 0,6*t*2 м. Определить угол между векторами скорости и ускорения точки обода диска через 0,5 с после начала движения. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.94.** Начиная вращаться равноускоренно из состояния покоя, вал совершает 3600 оборотов за 0,2 часа. Определить угловое ускорение вала. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.95.** Определить скорость движения ползуна О при *t*=1 с, если известно, что *OМ*=4 м, *x*0=0, абсолютная скорость точки *М* в два раза больше скорости ползуна *О*, φ=π√2sin(π*t*/4) рад. | | | | | | | | | | | | | |  | | | | |
|  | | | | **К3.96.** Определить скорость точки *В* (*АВ* в данный момент времени вертикальна), находящейся на ободе колеса 3, если известно, что угловая скорость первого тела ω1=ω, *ОА*=4r, *АВ*=2*r*, ω2=2ω1. Стержень 2 в рассматриваемый момент составляет с горизонталью угол 60°. | | | | | | | | | | | | | | |
| **К3.97.** Определить абсолютную скорость колечка *М* для момента времени, при котором стержень занимает горизонтальное положение, показанное на рисунке, если ω1=2 рад/с, *h*=10 см. | | | | | | |  | | | | | | | | | | | |
| **К3.98.** Точка движется в плоскости по окружности радиуса *R*=10 см согласно уравнению *s*(*t*) = 12π*t*–2π*t*2 см. Определить полное ускорение точки в тот момент, когда ее дуговая координата будет равна половине длины окружности. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | **К3.99.** Определить ускорение точки *М*, находящейся на ободе колеса 5, при *t*=0,5 с, если φ1= рад, r1 =r3=r5=0,2r2=0,5r4=0,8 м. | | | | | | | |

# ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **К4.1.** Движение точки A задается уравнениями: *xA*=*t*; *yA*=*t*-4, а точки *B* уравнениями *xB*=*t*; *yB*=*t*2Найти минимальное расстояние, на которое сблизятся точки. | | |
| **К4.2.** Материальная точка подброшена вертикально вверх и находится на некоторой высоте в первый раз по истечении сек, а затем снова по истечении сек. Определить начальную скорость точки и упомянутую высоту. | | |
| **К4.3.** Найти геометрическое место фокусов всех параболических траекторий, соответствующих одной и той же скорости и всевозможным углам бросания. | | |
|  | **К4.4.** Лиса бежит по прямой с постоянной скоростью *V*. Собака преследует ее. Скорость собаки *U* постоянна и направлена на лису. Определить ускорение собаки в момент времени, когда расстояние между ними *L* и их скорости перпендикулярны. | |
| **К4.5.** Человек получил задание в кратчайшее время добраться из пункта *A*, находящегося на острове, в пункт *B* на берегу. Остров находится на расстоянии км от берега. В каком месте *C* человек должен пересесть с катера на автомобиль, если скорость автомобиля 72 км/час, а скорость катера 36 км/час ? | |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **К4.6.** Две свечи поставлены на стол на расстоянии *а* друг от друга. Определить, с какой скоростью движется по столу конец тени, бросаемой свечой *N* от свечи *M*. В начальный момент свечи имели одну и ту же высоту *h*. Свеча *M* сгорает вся равномерно за время τ, а свеча *N* – за время (τ> | | |
| **К4.7.** Шар радиуса *R* вкатывается по двум прямым, пересекающимся под углом α и одинаково наклоненным к горизонтальной плоскости. Найти траекторию центра этого шара. | | |  |
|  | | **К4.8.** В бильярде со сторонами *a* и *b* пускают шар от середины стороны *b*. При каких углах φ он вернется в ту же точку борта, из которой начал движение? | |
| **К4.9.** Из орудия, находящегося в точке *О*, произведен выстрел под углом α с начальной скоростью . Одновременно из точки *А*, находящейся на расстоянии *L* по горизонтали от точки *О*, произведен выстрел вертикально вверх. Определить, с какой начальной скоростью надо выпустить второй снаряд, чтобы он столкнулся с первым (скорость и точка *А* лежат в одной вертикальной плоскости). Сопротивлением воздуха пренебречь. Выяснить, для каких *L* задача имеет смысл. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **К4.10.** Точка движется по закону ; . Доказать, что ; ; при | | | |  |
| **К4.11.** Снаряд, влетевший из орудия под некоторым углом к горизонту, попадает в цель, находящуюся на поверхности земли, за время *t*. Второй снаряд, выпущенный из того же орудия под вдвое большим углом к горизонту, попадает в ту же цель через время *T*. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти расстояние до цели. | | | | |
| **К4.12.** Найти геометрическое место положений в момент времени *t* материальных точек, одновременно брошенных в вертикальной плоскости из одной точки и той же начальной скоростью под всевозможными углами к горизонту. | | | | |
|  | **К4.13.** По плоскости *Oxy* движутся два катера с равными по величине скоростями. Катер *А* совершает прямолинейное движение, а катер *B* преследует катер *А* так, что его скорость все время направлена на катер *А*. В начальный момент времени расстояние между катерами было равно 2*a*. Составить уравнение погони в системе координат, показанной на рисунке. Определить также расстояние между катерами в предельном случае (при | | | |
| **К4.14.** Из точки *О* наклонной плоскости, образующей угол φ с горизонтом, с начальной скоростью бросают точку под углом α к горизонту таким образом, что она падает на наклонную плоскость под прямым углом. Определить угол α. | | |  | |
|  | | **К4.15.** Подъем трубы производится при помощи талевого ступенчатого барабана, вал которого делает *n*=10 об/мин. Определить скорость подъема трубы, если *r*=5см, *R*=15см. Тросы *ВЕ* и *DC* вертикальны. | | |
| **К4.16.** Плоская материальная кривая, уравнение которой в подвижной системе координат имеет вид , движетсяс постоянной скоростью . Палочка ОА длиной L, шарнирно закреплена в точке О и опирается на эту кривую точкой А. Определить угловую скорость палочки в зависимости от положения системы. | | |  | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | **К4.17.** Человек, находясь в точке *В* на расстоянии *L* от прямого участка дороги, видит в точке *А* автобус, двигающийся по дороге с постоянной скоростью. Расстояние человека до автобуса в этот момент времени равно 2*L*. В каком направлении следует бежать человеку, чтобы оказаться на дороге в точке *С* с максимальным опережением автобуса? Отношение скорости автобуса к скорости человека равно . | |
| **К4.18.** Обойма шестерен одинакового радиуса rприводится в движение вокруг неподвижной шестерни *O* водилом c угловой скоростью . Найти угловую скорость 5-й и 6-й шестерен. |  | | |
|  | | | **К4.19.** По неподвижной окружности, касаясь ее изнутри, катится без проскальзывания окружность вдвое меньшего радиуса. Какую линию описывает точка *М* подвижной окружности? |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **К4.20.** Круглая платформа вращается вокруг точки *О*. Точка *А* платформы движется на точку *В* со скоростью *V*. Найти скорость точки относительно , если . | | |  |
|  | **К4.21.** Круг радиуса *r* катится без проскальзывания по неподвижному кругу радиуса 2*r*.Сколько оборотов около своей оси сделает малый круг, пока его центр *О* опишет один оборот вокруг центра неподвижного круга. | | |
| **К4.22.** По земле бежит человек и тащит за веревку тележку. Найти скорость и ускорение тележки, если скорость человека постоянна и равна *V*, а разность высот рук человека и тележки равна *a*. | | |  |
|  | | **К4.23.** Под каким углом α нужно направить лодку, чтобы во время переправы ее как можно меньше снесло течением, если скорость течения *V*=6 км/час, а скорость лодки в стоячей воде *u*=3 км/час. | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **К4.24.** Брус *А* движется поступательно со скоростью , а цилиндр катится без проскальзывания в том же направлении со скоростью его оси . Определить скорость конца *К* горизонтального радиуса цилиндра относительно бруса. | | |  |
| **К4.25.** Точка *М* движется в плоскости *Оxy* согласно уравнениям: , . Сама плоскость *Оxy* вращается вокруг неподвижной оси, перпендикулярной ей и проходящей через точку *О* с угловой скоростью . Определить абсолютное ускорение точки *М* в тот момент времени, когда оно впервые после начала движения направлено вдоль прямой *ОМ*. | | | |
|  | **К4.26.** На три параллельные оси, соединенные стержнями, насажены три зацепленных шестеренки с радиусами , , . Оси *В* и *С* вращаются вокруг неподвижной оси *А* с угловой скоростью , при этом размеры треугольника *АВС* остаются неизменными, а шестеренка радиуса движется поступательно. Определить угловую скорость вращения шестеренки с радиусом . | | |
| **К4.27.** Кран вращается вокруг своей оси по закону . Тележка движется вдоль стрелы согласно уравнению (м) и поднимает груз так, что высота Определить абсолютные скорость и ускорение точки *А* груза при *t*=1 сек. Отклонением троса от вертикали пренебречь. | |  | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **К4.28.** Тяжелый ящик перемещают с помощью двух тракторов, движущихся прямолинейно со скоростями и , составляющими между собой угол α. Как направлено и чему равно ускорение точки *B* в тот момент, когда жесткие тяги совпадут с направлениями векторов и ? *АВ*=*ВС*=*L*. . | |  |
| **К4.29.** Шар радиуса 2*b* равномерно вращается около неподвижного вертикального диаметра, делая один оборот за *n* секунд. В то же время по вертикали, отстоящей на расстояние *b* от неподвижного диаметра, движется точка *М*, уравнение движения которой , где *z* есть расстояние точки от экваториальной плоскости шара, а *k*=4π/*n*. Какой формы канал следует прорезать внутри шара, чтобы оба движения могли совершаться, не мешая друг другу. | | |
|  | **К4.30.** Двигаясь с постоянной скоростью *V* относительно воздуха, планер описывает относительно его петлю, радиус закругления которой *R*. Получить аналитически и построить годографы его скорости по отношению к земле, если скорость ветра равна *u* и направлена: в положительную сторону оси *x*; в положительную сторону оси *y*. | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **К4.31.** Тело *А* движется к *В* по вертикали со скоростью *V*, а труба *CD* – поступательно с горизонтальной скоростью *V*1. Каков должен быть угол α, образуемый трубой с горизонтом, чтобы тело *А* не уходило из поля зрения трубы? | |  |
|  | **К4.32.** Брусок *АB* движется равномерно с горизонтальной скоростью *V*, в нем сделан паз под углом α к горизонту. Брусок *СD* удерживается в вертикальном положении направляющими и снабжен штифтом, который может скользить вдоль паза в *АB*. Найти скорость *U* бруска *CD*. | |
| **К4.33.** На горизонтальных опорах лежат два скошенных бруса *А* и *B*, на которые опирается своими щеками клин *С*. Острые углы при вершинах брусьев равны соответственно α и β. Бруски движутся навстречу друг другу со скоростями *u* и v. С какой скоростью будет двигаться клин? | |  |
|  | **К4.34.** Точка *М* движется вниз по вертикали с постоянной скоростью *V*. Определить, по какому закону *s*=*s*(*t*) в горизонтальном направлении должна двигаться доска, имеющая вырез в виде полуокружности радиуса *r*, чтобы точка *М* двигалась относительно доски по контуру выреза. | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | **К4.35.** Ползун *М* может перемещаться горизонтально вдоль оси *Ox*, увлекаемый нитью *МN*, перекинутой через блок на расстоянии *ON*=*h*. Конец этой нити тянут со скоростью *V*0. Определить скорость *V* ползуна в зависимости от угла φ. | |
| **К4.36.** Летчик летит по земному меридиану от экватора к полюсу с постоянной скоростью 600 м/сек. Определить где, на экваторе или на полюсе, будет больше кориолисово ускорение и полное ускорение. Радиус Земли равен 6400 м. | | | |
| **К4.37.** Стержни *АВ* и *ВС* вращаются равномерно с угловыми скоростями и – вокруг неподвижного шарнира *В*. Стержень *DE* длины *b* соединяет ползуны, движущиеся по *АB* и *BC* так, что треугольник *DBE* всегда остается равнобедренным. Найти скорость поступательно движения стержня *DE* и относительную скорость u скольжения ползунов по стержням, когда угол *ABC*=. | | |  |
|  | **К4.38.**  Прямая *ОА* вращается около точки *О* данной неподвижной окружности радиуса *R* с постоянной угловой скоростью . Определить скорость и ускорение точки *М*, в которой прямая *ОА* пересекает окружность. | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **К4.39.** Стержень *ОА*, который может вращаться около неподвижной оси *О* на полу, опирается на стол высоты *h*, движущийся по полу со скоростью *V*. В тот момент, когда расстояние конца стола от т. *О* равно *s*, определить скорость и ускорение точки *Е* стержня, находящегося в соприкосновении с углом стола, а также угловую скорость и угловое ускорение стержня. | | | |  |
|  | | **К4.40.** Два диска с центрами и , , вращаются с угловыми скоростями и , соответственно. Определить величину и направление относительной скорости и относительного ускорения точки *А* диска 2 относительно диска 1, если . | | |
| **К4.41.** Парабола вращается вокруг оси *Oy* с постоянной угловой скоростью . Бусинка движется по параболе с постоянной скоростью *V*. Найти абсолютную скорость и проекции абсолютного ускорения бусинки в зависимости от ее положения. | | |  | |
|  | **К4.42.** Дан шарнирный параллелограмм *KLMN*. По стержню *KN* движется ползун *А*. С ним шарнирно соединен стержень *АВ*, который в точке *В* соединен шарнирно со стержнем *LM*. Построить МЦС стержня *АВ*. | | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **К4.43.** Указать на шатуне *АВ* кривошипно-шатунного механизма ту точку, скорость которой в данный момент направлена вдоль него. Найти скорость этой точки, если угловая скорость кривошипа *ОА* в этот момент равна , угол *ОАВ* равен α, *ОА*=*r*. | | |  |
|  | **К4.44.** Два стержня соединены между собой шарниром *М* и движутся в плоскости чертежа. Для данного момента времени все углы показаны на рисунке , (м/с), определить скорость точки *М*. | | |
| **К4.45.** В плоскости движутся поступательно два стержня *АВ* и *СD* с данными скоростями *V*1 и *V*2. Построить скорость *V*точки *М* пересечения обоих стержней. | | | |
|  | | **К4.46.** Колесо радиуса *R* катится без скольжения в вертикальной плоскости по горизонтальному рельсу. Найти для всевозможных законов движения центра *О* геометрическое место мгновенных центров ускорений колеса в системе координат *Oxy*, которая перемещается поступательно вместе с точкой *О*. | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | **К4.47.** Полуцилиндр радиуса *R* перекатывается по полу без проскальзывания таким образом, что угол . Найти ускорение точки контакта *С* полуцилиндра с полом как функцию *t*. | | |
| **К4.48.** В кривошипно-шатунном механизме *ОА*=*r*, *АВ*=*l*. Известно, что при φ=угловая скорость кривошипа равна , а ускорение точки *В* равно нулю. Определить для этого положения ускорение точки *А* и угловые ускорения кривошипа *ОА* и шатуна *АВ*. | | |  | |
|  | **К4.49.** Тяжелый диск радиуса *R* скатывается на двух нерастяжимых нитях, намотанных на него. Свободные концы нитей закреплены, нити при движении все время натянуты. В некоторый момент времени угловая скорость диска равна , а угол между нитями равен α. Какова в этот момент скорость центра диска? | | | |
| **К4.50.** Ускорение ползуна *В* в верхней “мертвой” точке кривошипно-шатунного механизма равно . Найти его ускорение в нижней “мертвой” точке, если а *ОА*/*АВ*=μ (μ>1) | | | | |
| **К4.51.** Найти ускорение середины стержня *АВ*, если известны величины ускорений его концов и углы, образованные ими с прямой *АВ*. | | | |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **К4.52.** В кривошипно-шатунном механизме *ОА*=*АВ*, . Найти скорость и ускорение ползуна *В*, скорость мгновенного центра ускорений и ускорение мгновенного центра скоростей звена *АВ* в момент, когда φ=π/2. | | | |
| **К4.53.** Колесо радиуса *R* катится без проскальзывания по кривой, радиус кривизны которой в точке контакта *А* с колесом равен ρ. Определить величину скорости точки *С* как функцию ρ, если известна величина ускорения *aA* точки *А*. | | | |  |
|  | | **К4.54.** Для данного положения механизма найти угловую скорость звена *O*2*B*, если известна угловая скорость ω1 звена *O*1*A*. Считать, что *OO*2=*O*2*O*1. | | |
| **К4.55.** Очень длинная доска лежит горизонтально на двух катках *А* и *В*, причем каток *А* – ступенчатый. Из положения, указанного на рисунке, катки начали одновременно без проскальзывания катиться по горизонтальной плоскости. Через какое время каток *В* столкнется с катком *А*, если скорость доски *V*=0,5м/c; *r*=*d*=1м; *S*=10м. | | |  | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **К4.56.** Колесо радиуса *R* катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости. Скорость центра *V*0 – постоянна. Определить радиус кривизны траектории точки *А*, используя теорию плоского движения. | | |
| **К4.57.** Определить скорость точки *С* рычажного механизма руки робота, если *ОА*=*АВ*=*ВС*=*b*, α=β=γ=π/2, ===1. | |  | |
|  | **К4.58.** Стержни *АВ* и *СD* продеты свободно через кольцо *M* и образуют между собой угол α и движутся поступательно со скоростями *V*1 и *V*2. При этом *V*1 **–** перпендикулярна *АВ*, а *V*2 **–** перпендикулярна *CD*. Найти скорость кольца *М*. | | |
| **К4.59.** Колечко *М* надето на неподвижную проволоку, изогнутую в виде полуокружности, и перемещается по ней при помощи стержня *АС* так, что φ=0.5ε*t*2, ε=*const*. Определить абсолютную скорость *V*, касательное и нормальное ускорения колечка *М*, если *АО*=*ОВ*=*R*, и при *t*=0: φ=0, =0. | | |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **К4.60.** Точка движется в плоскости таким образом, что составляющая ее скорости, перпендикулярная к радиусу-вектору *ОМ*, обратно пропорциональна величине этого вектора. Доказать, что ускорение точки *М* направлено вдоль *ОМ*. | | |
| **К4.61.** Концы векторов, изображающих ускорения *aA* и *aB* двух точек *А* и *В* движущейся плоской фигуры, лежат на прямой *CD*, параллельной *АВ*. Доказать, что угловое ускорение фигуры в рассматриваемый момент равно нулю, и построить центр ускорений. | |  | |
|  | **К4.62.** Двухступенчатый цилиндр *R*=2*r*=2 м катится без скольжения по неподвижной плоскости, имея в данный момент времени скорость *V*0=1 м/с и ускорение *a*0=1 м/с2. Найти в плоскости движения другую точку цилиндра, имеющую такие же по модулю скорость и ускорение. | | |
| **К4.63.** Определить закон относительного движения ползуна *x*=*x*(*t*) и закон вращения стержня φ=φ(*t*) при условии, что векторы скорости *V* и ускорения *a* ползуна во все время движения составляют со стержнем 45° и 90° соответственно. Начальные условия движения: *t*0=0, φ0=0, , *x*=*x*0. | | |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | **К4.64.** Катушка радиусом *R* катится без скольжения по горизонтальной плоскости при помощи груза *М*. Груз привязан к нити, намотанной на барабан катушки радиуса r, движется вниз, имея в данный момент скорость *V* и ускорение *a*. Определить в этот момент величины ускорений точек *В* и *С* катушки, находящиеся на вертикальном диаметре. | |
| **К4.65.** Груз *С* опускается с постоянным ускорением *aC*=2 м/с2 и приводит посредством нерастяжимой нити в движение каток радиуса *R*. Определить ускорение точки *В* катка и скорость груза *С* в момент времени, когда точка *а* катка имеет ускорение *aA*=3 м/с2. Каток катится без проскальзывания. | | |  |
|  | **К4.66.** Коленчатый вал в период пуска вращается с угловой скоростью ω и угловым ускорением ε. Определить ускорение поршня *В* и угловое ускорение шатуна *АВ* при крайнем верхнем и крайнем правом положениях мотыля *ОА*, если длина мотыля *r*, а длина шатуна . | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **К4.67.** Центр симметрии равностороннего шатуна *ВСD* движется со скоростью 1 м/c. Определить угловую скорость кривошипа *ОА*, если все расстояния между шарнирами равны 100 мм, углы *АВС* и *СDЕ* равны , линия *DCF*–прямая, отрезки *ОА* и *ВD* – параллельны. | | |  |
|  | **К4.68.** Шатуны *СА* и *СВ* двух кривошипно-шатунных механизмов соединены между собой шарниром С. Кривошипы *O*1*A* и *O*2*B* вращаются в одну сторону с равными постоянными угловыми скоростями ω. Определить скорость и ускорение точки *С* в момент, когда кривошипы расположены на одной прямой, как показано на рисунке, если в этот момент времени угол *САO*1 равен углу *СВO*2 и равен 45°. Расстояние *O*1*O*2=2*r*. | | |
| **К4.69.** Под каким наименьшим углом φmin к горизонту следует бросить баскетбольный мяч, чтобы он пролетел сверху через кольцо, не ударившись в него. Все необходимые размеры даны на рисунке. Толщиной кольца, изменением скорости мяча за время пролета через кольцо и сопротивлением воздуха пренебречь. | |  | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **К4.70.** Определить скорость и ускорение ползуна *С* кулисного механизма, кривошип *ОВ* которого вращается с постоянной угловой скоростью ω, если *ОВ*=*r*, *h*=*r* В расчетном положении *ОА* перпендикулярно *ОВ*. | | |
| **К4.71.** Полукруглый толкатель *А* радиуса *R* движется ускоренно по горизонтальной плоскости со скоростью *V* и ускорением *a.* Навстречу ему также ускоренно с теми же скоростью и ускорением движется ползун *В*. Ползун соединен шарнирно со стержнем *ВС* длиной 2*R*, который опирается на толкатель. Определить скорость и ускорение точки *С* в положении механизма, при котором стержень образует с горизонталью угол 45°. | | |  |
|  | | **К4.72.** В кривошипно-ползунном механизме, изображенном на рисунке, *ОА*=*АВ*=*l*, а шатун *АВС* представляет собой равносторонний треугольник. В заданном положении кривошип *ОА* имеет угловую скорость ω и угловое ускорение ε. Определить ускорение точки *С* шатуна относительно кривошипа и ее ускорение Кориолиса. | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **К4.73.** Стержень *АD* движется в горизонтальных направляющих и приводит в движение стержень *АС*, соединенный с ним шарниром. При своем движении стержень *АС* перемещается внутри качающейся муфты, которая находится на расстоянии *l* от стержня *АD*. В положении механизма, определяемом углом φ, ускорение точки *D* направлено вправо и равно *a*, а скорость точки *В* стержня *АС* равна *V*. Найти угловую скорость и угловое ускорение стержня *АС*. | |  | |
|  | **К4.74.** Скорости точек *А*, *В*, *С* треугольной пластины *АВС* перпендикулярны ее плоскости и направлены в одну сторону. Их величины заданы и удовлетворяют условию: *VC*=3*VA*; *VB*=2*VA*. Определить угловую скорость пластины и положение мгновенной оси вращения (угол *АВС* равен 90°, *AB*=*BC*=*a* | | |
| **К4.75.** Два стержня *АВ* и *СD* одинаковой длины *l* скреплены в точке *D* шарнирно. Концы стержней *А*, *В*, *С* скользят вдоль соответствующих осей прямоугольной системы координат *Oxyz*. Определить скорость и ускорение точки *С* стержня *СD* и величину его угловой скорости, полагая, что вращение стержня вокруг оси *СD* отсутствует. Известны: скорость *V* и ускорение *a* точки *А*, *ВD*=0.25*l*, а также угол *ОАВ* в расчетном положении, равный 60°. | | |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **К4.76.** Цилиндр радиуса *R*=0.2 м катится без скольжения по неподвижной плоскости, имея в данный момент времени скорость *V*0=2 м/с и ускорение *a*0=1 м/с2. По радиусу цилиндра из центра *О* движется точка *М* по закону *s*=*ОМ*=0.1 *t*2 (м). В положении, показанном на рисунке, определить величину абсолютного ускорения точки *M* в момент времени *t*=1 c. | |
|  | | **К4.77.** Диск радиуса *R* катится без скольжения в вертикальной плоскости. Через центр диска проходит тонкий канал, внутри которого из точки *О* в точку *А* в некоторый момент времени *t*1 начинает двигаться равноускоренно точка *М*. К моменту времени *t*2, когда канал впервые (после начала движения точки по каналу) занимает вертикальное положение, точка *М* проходит расстояние 1.5*R*. Абсолютное ускорение точки *М* в этот момент времени направлено параллельно неподвижной плоскости, а скорость и ускорение центра *С* равны, соответственно, *VC*=*u*, *aC*=*u*2/*R* Определить закон движения точки *М* по каналу и ее абсолютное ускорение при *t*=*t*2, если начальная скорость равна нулю, а значения *t*1 и *t*2 неизвестны. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **К4.78.** Для механизма, изображенного на рисунке, определить ускорения точек *В* и *С*, если угловая скорость стержня *ОА* постоянна и равна ω. *ОА*=*АВ*=2*ВС*=*l*, α=60°. | | |  |
|  | | **К4.79.** Плоский механизм состоит из кривошипа *ОА* длины *l*, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω и шарнирно скрепленного с ним стержня *АВ* длиной 2, который скользит по выступу *С*. В положении, указанном на чертеже (α=45°, *АС*=*ВС*), определить ускорение точки *В*. | |
| **К4.80.** Резец *М* совершает поперечное возвратно-поступательное движение согласно закону *ОМ*=*x*=asin ω*t*.Найти уравнение траектории резца *М* относительно диска, вращающегося равномерно с угловой скоростью ω вокруг оси *О*, пересекающей абсолютную траекторию резца. | | |  |
|  | **К4.81.** Определить угловое ускорение кулисы *O*1*B* кривошипно-кулисного механизма строгального станка при горизонтальном положении кривошипа (φ=90°, если его длина *ОА*=40 см, расстояние между осями кривошипа и кулисы *OO*1=30 см, угловая скорость равномерного вращения кривошипа ω=3 рад/с. | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **К4.82.** Кольцо *М* скользит по обручу с постоянной относительной скоростью *u*. Обруч катится без скольжения по неподвижной прямой. Радиус обруча *R*; *V*0, *a*0 – скорость и ускорение центра обруча. Определить, в какой из точек *А* или *В* абсолютное ускорение кольца *М* может быть направлено по вертикали и при какой скорости *u* это произойдет. | |  |
|  | **К4.83.** Трубка, изогнутая в форме кругового кольца радиуса *R*, вращается с постоянной угловой скоростью ω1 вокруг оси *АВ*, укрепленной в рамке. Рамка в свою очередь вращается вокруг горизонтальной оси *CD* с постоянной угловой скоростью ω2. По трубке с постоянной относительной скоростью *V*0 движется шарик. Найти абсолютные скорость и ускорение шарика в положениях 1, 2 в момент, когда плоскость трубки совпадает с плоскостью рамки. | |
| **К4.84.** Сравнить по величине скорости и ускорения точек *А* и *В* для двух движений диска радиуса *r*. В первом случае диск катится без проскальзывания по прямой, а во втором – по окружности радиуса (*R*>*r*). Величина скорости центра диска в обоих случаях постоянна и равна *V*0. | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **К4.85.** К ободу колеса радиуса r шарнирно прикреплен стержень *АВ* длиной *l*. Скорость центра *О* колеса, катящегося по прямолинейному пути без скольжения, равна *V*0. Определить скорость и ускорение конца *В* стержня в момент, когда радиус *ОА* горизонтален. | | |
| **К4.86.** Сфера радиуса *r* катится без скольжения вдоль желоба *АСВ* с постоянной скоростью *V*. При этом *АВ*=*r*. По поверхности сферы по некоторой окружности радиуса *r* движется шарик с постоянной относительной скоростью *u*. По какой окружности должен двигаться шарик, чтобы его абсолютная скорость достигала максимума? В какой точке сферы это произойдет? Определить величину этой скорости и величину абсолютного ускорения шарика в этой точке. | | |  |
|  | | **К4.87.** Кулисный механизм приводится в движение кривошипом *ОА*, вращающимся вокруг неподвижного центра *О* с постоянной угловой скоростью ω. Определить угловые скорости и угловые ускорения шатуна *ВD* и кулисы *O*1*E* в положении механизма, указанном на чертеже. | |

|  |  |
| --- | --- |
| **К4.88.** Кривошип 1 длиной 20 см вращается вокруг оси, проходящей через точку *О* перпендикулярно плоскости рисунка, и при помощи ползуна 3, шарнирно прикрепленного к кривошипу в точке *А*, приводит в движение криволинейную кулису 2. Кулиса, изогнутая по дуге окружности радиуса *R*=20 см, вращается вокруг оси, проходящей через точку *O*1 параллельно оси вращения кривошипа. Определить угловую скорость и угловое ускорение кулисы, а также скорость и ускорение точки *А* относительно кулисы, если φ=60°, ω1=0.1 рад/с, ε1=0.2 рад/с2, *ОO*1=*ОА*=20 см. | |
|  | **К4.89.** В плоском кулисном механизме кривошип длиной *ОА*=0.2 м вращается равномерно с угловой скоростью ω=10 рад/с. Стержень *СВ* двигается с постоянной скоростью *VB*=1м/c. Определить в указанном положении механизма угловую скорость и угловое ускорение кулисы *СD*. |
| **К4.90.** На неподвижную ось *О* свободно насажены зубчатое колесо 1 радиуса *r* и кривошип *ОА* длиной 2*r*, не связанные между собой. С шатуном *АВ* жестко скреплено зубчатое колесо 2. Колесо 1 вращается равномерно с угловой скоростью ω и, захватывая зубья колеса 2, приводит в движение шатун *АВ* и кривошип *ОА*. Для указанного положения механизма определить скорость и ускорение ползуна *В*. | |

|  |  |
| --- | --- |
|  | **К4.91.** Прямоугольный треугольник движется в своей плоскости, касаясь катетами точек *А* и *В*. Угловая скорость вращения треугольника ω постоянна, *АВ*=*l*. Определить скорость и ускорение точки *С*. Определить также скорость мгновенного центра ускорений и ускорение мгновенного центра скоростей. |
| **К4.92.** Прямолинейный стержень *ОА* вращается с постоянной угловой скоростью ω в плоскости *xOy*. По стержню в той же плоскости катится без проскальзывания диск радиуса *R* так, что расстояние от центра диска до оси вращения стержня меняется по закону: *ОВ*=*R*(1+*t*). Определить как функцию времени проекцию абсолютного ускорения центра *В* диска на прямую *ОВ* и координаты мгновенного центра скоростей диска (в его абсолютном движении) в системе координат *Оx*1*y*1, связанной со стержнем *ОА*. | |

|  |  |
| --- | --- |
| **К4.93.** Прямоугольный треугольник *АВС* со стороной *АВ*= (м) и углом α=30° при вершине *А* движется в плоскости так, что *aA*=*aC*=1 м/с2, *VA*=10 м/с. Ускорения точек *В* и *С* направлены по сторонам треугольника, а скорость точки *А* перпендикулярна *АС* (см. рис). Определить скорости точек *В* и *С*, если известно, что они не превышают по модулю скорость точки *А*. |  |
| **К4.94.** Кольцеобразный желоб радиуса *r* вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси, перпендикулярной его плоскости и проходящей через точку *O*1, лежащую на оси желоба. Кривошип *ОА*, имеющий продольную прорезь, вращается в противоположном направлении с угловой скоростью 2ω относительно желоба вокруг точки *О*, находящейся на одном диаметре с точкой *O*1 и жестко связанной с желобом. Стержень (штифт) *М*, перпендикулярный плоскости кольца, скользит одновременно в прорези и в желобе кривошипа. Пренебрегая толщиной кольца, определить величину ускорения штифта *М* как функцию угла φ поворота диаметра *O*1*O* (для углов, меньших π/4), если в начальный момент времени угол φ=0, а прямые *O*1*O* и *OA* совпадали. | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **К4.95.** Диск радиуса *R* лежит на горизонтальной плоскости и движется так, что: 1) траекторией его центра является парабола *y*=*x*2; 2) скорость центра диска постоянна и равна *u*; 3) скорость точки *А* на краю диска, в которую в данный момент времени направлена скорость центра, наклонена под углом 45° к направлению скорости центра. Определить модуль ускорения точки *А* как функцию координаты *x* | | | |
| **К4.96.** Точка движется в плоскости в соответствии с уравнениями:  При *t*=0 координаты точки *x*0=0; *y*0=4 см. Определить зависимости скорости и ускорения точки от времени. | | | |
|  | **К4.97.** Стержень 1, имеющий длину *l*, в точке *А* соединен со стержнем 2, который в течение всего процесса движения опирается на остриё *В*. В изображенном на рисунке положении механизма угловые скорость и ускорение звена 1 – ω1 и ε1 соответственно. Определить для указанного  положения механизма скорость и ускорение точки стержня 2, соприкасающейся с остриём. | | |
| **К4.98.** В кривошипно-ползунном механизме звенья *OA* и *AB* имеют одинаковые длины. Кривошип *OA* в изображенном на рисунке положении, определяемом углом φ, имеет угловую скорость ω. Определить величину и направление углового ускорения звена *OA*, при которых в указанном положении механизма векторы скорости и ускорения средней точки *M* звена *AB* взаимно перпендикулярны. | | | |
| **К4.99.** Звено 1 механизма вращается с постоянной угловой скоростью ω1. Точка *B* является серединой стержня *AC*. В изображенном на рисунке положении механизма *OA*= *l*. Определить для этого положения скорости и ускорения ползунов 2 и 3 по отношению к звену 1. | | |  |
|  | | **К4.100.** В плоском механизме кривошип *OA* вращается с постоянной угловой скоростью ω. *OA*=*BC*=*CD*=*CE*=*DF*=*l*, *AB*=*l*√3. В некоторый момент времени этот механизм занимает положение, при котором *OA*⊥*AB*, *BD*⊥*EC*, α=β=30°.  Определить для этого положения значения скорости и ускорения точки *B*. | |
| **К4.101.** Квадратная пластина вращается равноускоренно вокруг вертикальной оси, причем ее начальная угловая скорость отлична от нуля. Точка *M* перемещается по диагонали *AB* пластины так, что вектор ее абсолютного ускорения в течение всего времени движения лежит в плоскости пластины. В начальный момент времени точка *M* находится в положении *A*. Доказать, что в рассматриваемом случае точка *M* никогда не опустится ниже средней точки *C* диагонали пластины. | | |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **К4.102.** В изображенном на рисунке механизме *OC*=*AD*=*l*, *OA*=*AB*=*CM*=3*l*. Кривошип *OA*  вращается с постоянной угловой скоростью ω. Для указанного на рисунке положения  определить скорость точки *M*. | |
| **К4.103.** Квадратная пластина перемещается в своей плоскости, причем в данный момент времени скорости точек *A*, *B* и *D* одинаковы по величине. Ускорения точек *В* и *D* также одинаковы, и их векторы направлены так, как это показано на рисунке. Найти, во сколько раз отличаются скорости точек *A* и *C*, а также отношение их ускорений. | |  |
|  | **К4.104.** Резец движется поступательно вдоль поверхности конуса с постоянной скоростью *u* . Определить радиус кривизны траектории точки *М* резца относительно конуса в том месте, где его радиус равен *R*, если конус вращается равномерно с угловой скоростью ω вокруг неподвижной оси и угол при вершине конуса равен 2α. | |

|  |  |
| --- | --- |
| **К4.105.** Плоский механизм состоит из катков 1 и 2 с радиусами *r*1= 30 см и *r*2=50 см, шарнирно соединенных стержней 3, 4 и ползуна 5, шарнирно связанного со стержнем 3. Ползун 5 движется в канале катка 2 (*a*=25 см). Определить скорость v*В* центра катка 1 и угловую скорость ω4 звена 4, если скорость центра катка 2 равна v*С*. Катки 1 и 2 относительно опорной поверхности, а также каток 1 относительно стержня 3 (они контактируют в точке *D*) не проскальзывают. В данном положении *DA* =*AE*=60 см. Длину *EO* стержня 4 считать известной. | |
|  | **К4.106.** Точка *А* шатуна *АВ* длиной 2*l* имеет в данный момент времени скорость v*A* и равное нулю ускорение. При этом шатун составляет угол α с вертикалью. Своей центральной точкой *С* шатун шарнирно соединен с диском, который в процессе движения механизма постоянно касается горизонтальной плоскости. Принимая радиус диска равным *r*, определить скорость и ускорение его верхней точки *D*. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **К4.107.** Ползун *B* перемещается по дуге окружности радиуса *R*. В изображенном на рисунке положении механизма ускорение точки *В* направлено вдоль прямой *BC* и равно *a*. Найти для этого положения скорость и ускорение точки *C*, если заданы размеры *b*, *c*, а также *BC*=*l*. | |  |
|  | **К4.108.** Диск 1 радиуса *r* катится по горизонтальной поверхности без скольжения, так что скорость его центра *C*1 постоянна. К точке *A* обода диска с помощью шарнира прикреплен стержень 2 длины 2*r*, конец *B* которого скользит по плоскости. Определить, во сколько раз скорость центра стержня *C*2 больше скорости центра диска *C*1 в тот момент, когда точка *А* занимает наивысшее положение. | |
| **К4.109.** Диск радиуса *R* вращается вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью ω. По ободу диска от *A* к *B* перемещается точка *M* с постоянной относительной скоростью *vr*=√3ω*R*. Определить радиус кривизны траектории абсолютного движения точки *М* в том ее положении, при котором относительная и переносная скорости одинаковы. | |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **К4.110.** Равносторонний треугольник *ABC* движется в своей плоскости. В некоторый момент времени точки *A* и *B* имеют одинаковые по величине ускорения. Их векторы составляют углы α и β с направлением прямой *AB* (α и β неизвестны). Известно, что α–β=φ. Определить, во сколько раз ускорение точки *C* больше ускорения точки *A*. | |
| **К4.111.** Плоский механизм состоит из кривошипа *OA* длиной *l*, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω, и шарнирно прикрепленного к нему стержня *AB*, который промежуточной точкой скользит по выступу *C*. Для положения, указанного на чертеже (α = 60°, *AC* = 2*l*), определить ускорение той точки стержня *AB*, которая в данный момент имеет наименьшую скорость. | |  |
|  | **К4.112.** Диск радиуса *r* катится по горизонтальной поверхности с проскальзыванием, имея постоянную угловую скорость. При этом точки *A* и *B* имеют одинаковые скорости и ускорения. *OA*=*r*/2. Найти отношения скоростей и ускорений точек *C* и *D*. | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **К4.113.** В изображенном на рисунке планетарном механизме центральное колесо 1 имеет в данный момент угловую скорость ω1 и угловое ускорение ε1. Радиусы колес 1 и 2 равны *r*1 и *r*2 соответственно. Точка *M* движется вдоль стержня *AB* и в данный момент находится в его центре. Найти относительную скорость точки *M*, если известно, что вектор ее абсолютного ускорения в рассматриваемый момент времени направлен вдоль стержня *AB*. | |  |
|  | **К4.114.** Диск радиуса *R*=0,2 м катится без скольжения по прямолинейному стержню *ОD* так, что перемещение точки *С* *sC*=2*t* м. Стержень *ОD* вращается вокруг оси, проходящей через точку *О* перпендикулярно плоскости рисунка, с постоянной угловой скоростью ω=10 рад/с. Определить при *t*1=0,5 с абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки *М* диска, если известно, что в этот момент времени отрезок *CМ* перпендикулярен *OD*. Найти, как изменится результат в случае, если стержень *OD* будет вращаться с той же угловой скоростью, но в противоположном направлении. | |

|  |  |
| --- | --- |
| **К4.115.** В изображенном на рисунке механизме стержень 1 длиной *l* вращается с постоянной угловой скоростью ω1. Стержень 2 приводит во вращение диск 3 радиуса *r*, причем проскальзывание между ними отсутствует. Для показанного на схеме положения определить угловую скорость и угловое ускорение диска 3. |  |

Учебное издание

Юдин Владимир  Алексеевич

Лежнев Евгений  Васильевич

**ЗАДАЧИ ДЛЯ УГЛУБЛЕННОГО ИЗУЧЕНИЯ  
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ**

**СТАТИКА**

Учебное пособие

Темплан 2018 г.

Редактор Г.К. Найденова

|  |
| --- |
| Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)  630008, Новосибирск, ул. Ленинградская, 113 |