

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ (СИБСТРИН)

**Кафедра теоретической
механики**

Методические указания и контрольные задания разработаны
д-ром физ.-мат. наук, профессором В.Я. Рудяком,
д-ром физ.-мат. наук, профессором И.Т. Вохмяниным,
ст. преподавателем Д.А. Ивановым

Утверждены методической комиссией ФПСВО
14 мая 2007 года

ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СХОДЯЩИХСЯ СИЛ

Методические указания и контрольные задания
для студентов направления 270100 «Строительство»
всех форм обучения

Рецензенты:

- А.А. Белкин, канд. физ.-мат. наук, доцент
НГАСУ (Сибстрин);
- С.М. Аульченко, д-р физ.-мат. наук, вед. науч.
сотр., профессор кафедры теоретической
механики ИТПМ СО РАН

© Новосибирский государственный
архитектурно-строительный
университет (Сибстрин), 2007

НОВОСИБИРСК 2007

Составители

Валерий Яковлевич Рудяк
Иван Тимофеевич Вохмянин
Денис Александрович Иванов

ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СХОДЯЩИХСЯ СИЛ

Методические указания и контрольные задания
для студентов направления 270100 «Строительство»
всех форм обучения

Редактор И.Э. Загваздина

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 54.НС.05.953.П.006252.06.06 от 26.06.2006 г.
Подписано к печати 21.06.2007. Формат 60x84 1/16 д.л.
Гарнитура Таймс. Бумага газетная. Ризография.
Объём 1,0 п.л. Тираж 100 экз. Заказ №

Новосибирский государственный архитектурно-строительный
университет (Сибстрин)
630008, Новосибирск, ул. Ленинградская, 113

Отпечатано мастерской оперативной полиграфии
НГАСУ (Сибстрин)

ВВЕДЕНИЕ

Данное индивидуальное задание является первым из тех, что выдаются студенту, изучающему курс статики. Выполнение индивидуального задания необходимо для освоения уже пройденного теоретического материала и способствует развитию навыков решения задач. Электронная обучающая система в этом смысле дает совершенно новые возможности. Студент работает с компьютером в диалоговом режиме, и компьютерная программа последовательно проверяет все его действия. Чтобы успешно справиться с заданием, следует разобраться в теоретическом материале. Краткая сводка необходимых сведений приведена в первой части методических указаний (разделы 1, 2). Затем дана подробная инструкция выполнения задания на персональном компьютере (раздел 3).

1. СИСТЕМА СХОДЯЩИХСЯ СИЛ

Система сил ($\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \dots, \mathbf{F}_n$), действующих на абсолютно твердое тело, называется системой сходящихся сил (ССС), если линии действия всех сил системы пересекаются в одной точке. Действие на тело ССС эквивалентно действию одной силы, равнодействующей, которая равна сумме этих сил

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (1)$$

и приложена в точке пересечения линий действия сил.

Для равновесия ССС необходимо и достаточно, чтобы её равнодействующая была равна нулю, т.е.

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = 0. \quad (2)$$

Векторное уравнение (2) эквивалентно трем скалярным уравнениям равновесия

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0, \quad R_z = \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0. \quad (3)$$

Здесь R_x, R_y, R_z – проекции равнодействующей ССС соответственно на оси x, y, z .

Для плоской системы эти уравнения упрощаются, поскольку выбором системы координат всегда можно добиться того, что одно из уравнений (3) удовлетворяется тождественно. Пусть, например, все силы лежат в плоскости xy . Тогда проекции этих сил на ось z равны нулю, и система уравнений равновесия (3) сводится к следующей

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0, \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0. \quad (4)$$

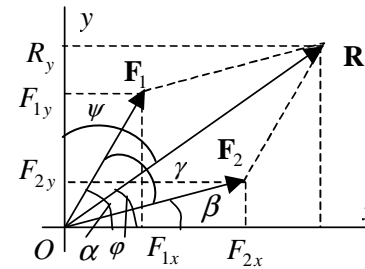


Рис. 1

Напомним, как определяется сумма двух сходящихся сил, ограничившись случаем плоской системы сил. Пусть, например, даны силы \mathbf{F}_1 и \mathbf{F}_2 , приложенные в одной точке O (рис. 1). Их проекции $F_{1x}, F_{1y}, F_{2x}, F_{2y}$ определяются соотношениями

$$\begin{aligned} F_{1x} &= F_1 \cos \alpha, & F_{2x} &= F_2 \cos \beta, \\ F_{1y} &= F_1 \sin \alpha, & F_{2y} &= F_2 \sin \beta, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\alpha = \angle F_1 O X$, $\beta = \angle F_2 O X$, $\gamma = \alpha - \beta = \angle(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2)$.

Проекция равнодействующей R_x и R_y определяются так:

$$R_x = F_{1x} + F_{2x}, \quad R_y = F_{1y} + F_{2y}. \quad (6)$$

Тогда модуль равнодействующей равен

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \quad (7)$$

а направление определяется углами

$$\phi = \angle R O X, \quad \psi = \angle R O Y,$$

косинусы которых задаются соотношениями

$$\cos \phi = \frac{R_x}{R}, \quad \cos \psi = \frac{R_y}{R}.$$

2. СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛЕННЫЕ И СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛЕННЫЕ ЗАДАЧИ. ТИПЫ СВЯЗЕЙ

В уравнения равновесия несвободного тела наряду с внешними активными силами входят и, как правило, неизвестные силы реакций связей. Неизвестными в задаче могут быть и некоторые другие величины (углы, под которыми действуют активные силы, сами эти силы, плечо силы и т.п.). Если число неизвестных величин в задаче не превышает числа линейно независимых уравнений равновесия, то она называется *статически определенной*, в противном случае – *статически неопределенной*.

Существует множество типов связей. В данном индивидуальном задании используются следующие типы связей.

Гладкая плоскость (рис. 2а). Реакция \mathbf{N} направлена по нормали к плоскости в сторону тела.

Гладкая поверхность (рис. 2б). Реакция \mathbf{N} направлена по нормали к поверхности в сторону тела.

Гибкая нерастяжимая нить (рис. 2в). Реакция \mathbf{T} направлена вдоль нити к точке ее подвеса (от тела).

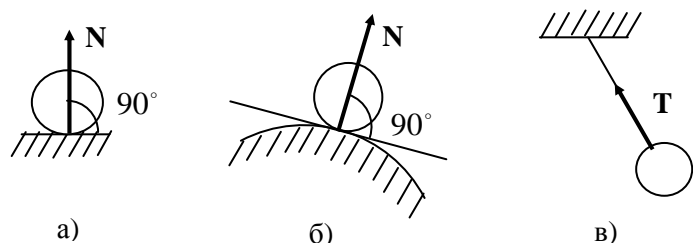


Рис. 2

Неподвижный цилиндрический шарнир в различных конструктивных исполнениях и обозначениях представлен на рис. 3. Реакция шарнира $\mathbf{R}_A = \mathbf{X}_A + \mathbf{Y}_A$ неизвестна по модулю и по направлению. Модули составляющих реакции X_A и Y_A необходимо определить в результате решения задачи $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$.

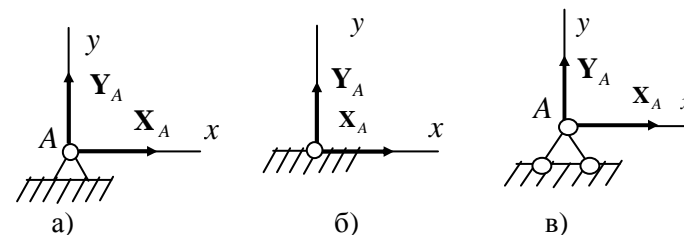


Рис. 3

Подвижный цилиндрический шарнир представлен схематично на рис. 4а, б, в. Шарниры 4а и 4б различаются только изображениями и называются неудерживающими, а шарнир 4в – удерживающим от нормального к опорной плоскости перемещения точки A тела. Во всех случаях реакция направлена по нормали к опорной плоскости.

Стержневая связь (рис. 4г). Реакция этой связи направлена вдоль оси стержня.

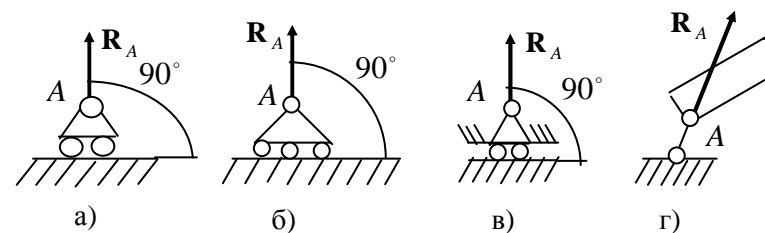


Рис. 4

Во всех случаях решение задач, рассматриваемых в стандартном курсе статики, алгоритмизируется и состоит из следующих этапов:

1. Необходимо установить, исследование равновесия какого тела (точки, системы тел) следует рассмотреть.

- Освободить исследуемое тело от связей и изобразить действующие на него активные силы и силы реакций отброшенных связей.
- Установить, какая система сил действует на тело, и сформулировать условия равновесия этой системы.
- Составить уравнения равновесия.
- Решить уравнения равновесия и определить тем самым искомые величины.

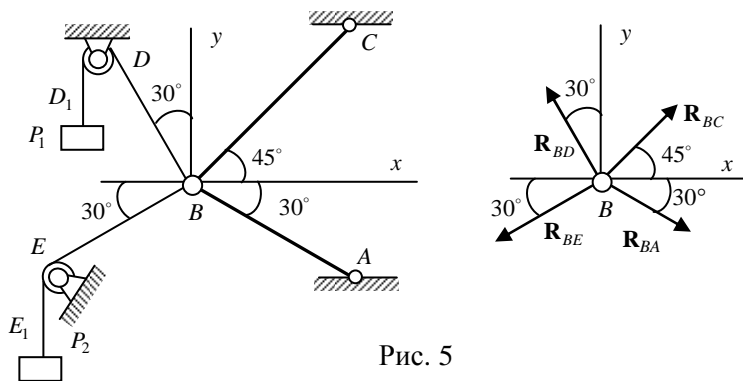


Рис. 5

Пример. Невесомые стержни AB и BC соединены шарниром в точке B и шарнирно закреплены в точках A и C . К шарнирному болту B прикреплены невесомые гибкие веревки BDD_1 и BEE_1 , перекинутые через блоки D и E . К концам D_1 и E_1 веревок подвешены грузы весом $P_1 = 10 \text{ Н}$ и $P_2 = 15 \text{ Н}$ (рис. 5). Предположим, что трение в шарнирах и блоках отсутствует. Определить реакции стержней на шарнирный болт B , а также характер усилий в стержнях (сжат, растянут).

Решение. В задаче необходимо определить реакции стержней AB и BC , которые являются связями для шарнирного болта B .

Чтобы решить задачу, необходимо рассмотреть равновесие узла B . Освободим его от связей – веревок и стержней. Этот узел находится в равновесии под действием реакций стержней R_{AB} , R_{BC} и реакций нитей R_{BD} , R_{BE} (рис. 5). Поскольку трение в блоках и шарнире отсутствует, то $R_{BD} = P_1$, $R_{BE} = P_2$. Составим теперь уравнения равновесия узла B в системе координат xBy . Они имеют вид

$$\sum F_{kx} = R_{AB} \cos 30^\circ + R_{BC} \cos 45^\circ - P_1 \sin 30^\circ - P_2 \cos 30^\circ = 0,$$

$$\sum F_{ky} = -R_{AB} \sin 30^\circ + R_{BC} \sin 45^\circ + P_1 \cos 30^\circ - P_2 \sin 30^\circ = 0.$$

Вычитанием второго уравнения из первого уравнения исключим реакцию R_{BC} , а затем определим реакцию R_{AB} :

$$R_{AB} = \frac{P_1(\cos 30^\circ - \sin 30^\circ) - P_2(\sin 30^\circ - \cos 30^\circ)}{\cos 30^\circ + \sin 30^\circ} = 14,01 \text{ Н}.$$

Теперь из первого уравнения находим

$$R_{BC} = (P_1 \sin 30^\circ + P_2 \cos 30^\circ - R_{AB} \cos 30^\circ) / \cos 45^\circ = 8,272 \text{ Н}.$$

Оба стержня растянуты.

4. ИНСТРУКЦИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ЗАДАНИЯ НА ЭВМ

В дальнейшем в этом разделе будет рассматриваться пример, разобранный в предыдущем пункте.

При запуске программы пользователь должен ввести фамилию, инициалы и номер группы. После ввода этой информации появляется окно с задачей (рис. 6).

При работе программы активны только те поля ввода и кнопки, которые соответствуют текущему этапу решения задачи. Первый этап решения заключается в выборе тела, равновесие которого исследуется. В соответствующее поле ввода пользователь должен ввести название выбранного тела и нажать кнопку “Выбрать”. Если название введено неверно или выбрано неправильное тело, появится соответствующее сообщение, а пользователю будет предложено выбрать тело снова. Если тело выбрано правильно, то на рисунке появятся оси координат, и программа позволит перейти к следующему этапу.

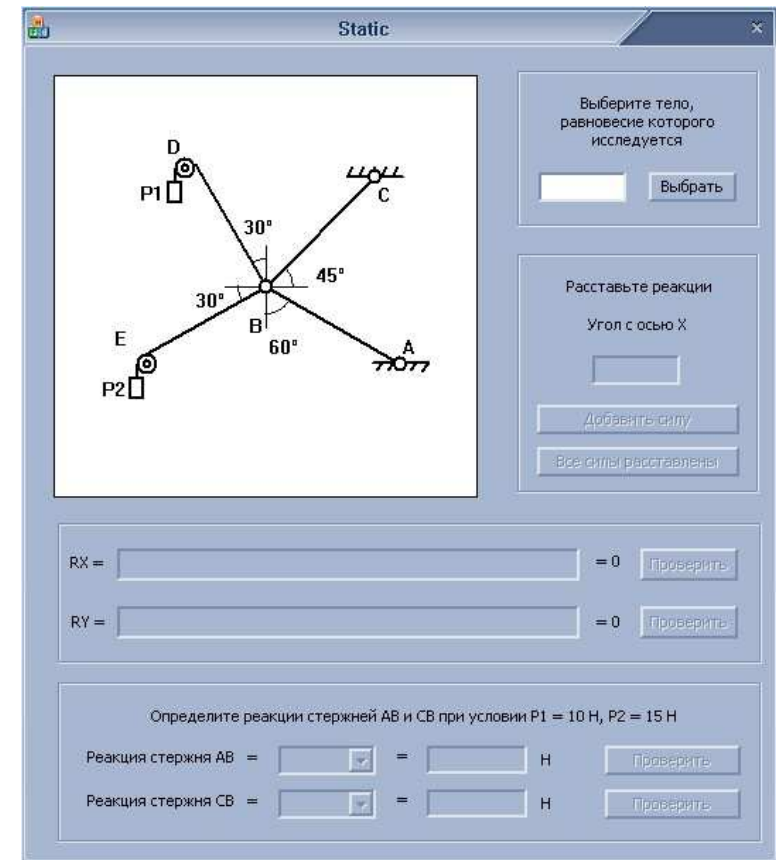


Рис. 6. Основное окно программы

Для рассматриваемого примера таким телом является узел *B*. Поэтому необходимо ввести в соответствующее поле “*B*” и нажать кнопку “Выбрать”.

Второй этап решения – это расстановка реакций связей. Для добавления силы пользователь должен ввести в соответствующее поле ввода значение угла между направлением силы и осью *x* и

нажать кнопку “Добавить силу”. Значение угла должно быть задано в градусах. Допускаются как положительные так и отрицательные значения угла. При добавлении реакции стержня его следует считать растянутым. Если заданному углу не соответствует никакая сила, или если сила с таким углом уже введена, появится соответствующее сообщение, и сила не будет добавлена. Если угол введен правильно, на рисунке появится соответствующая сила. Названия сил задаются автоматически в порядке добавления и имеют вид “F1”, “F2” и т.п.

Для рассматриваемого примера последовательность действий при добавлении сил может быть следующей. Сначала введите значение угла 45° и нажмите кнопку “Добавить силу”. Тем самым будет добавлена сила “F1”, которая соответствует реакции стержня BC . Повторяем процедуру для остальных сил: реакции нити BD соответствует угол 120° и сила “F2”; реакции нити BE – угол 210° и сила “F3”; реакции стержня AB – угол 330° и сила “F4”. В результате получаем схему сил, изображенную на рис. 7.

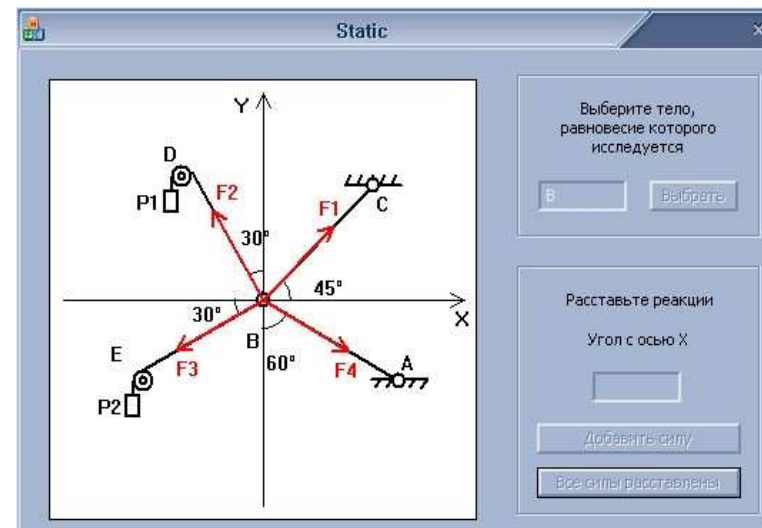


Рис. 7. Расчетная схема

После того как расставлены все силы, пользователь должен нажать кнопку “Все силы расставлены”. Если расставлены не все силы, то появится соответствующее сообщение. Если система сил составлена верно, пользователь получает возможность перейти к следующему этапу решения задачи.

Третий этап решения – это составление уравнений равновесия для полученной системы сил. Необходимо составить уравнения (4). При их составлении нужно пользоваться следующими правилами:

- выражение должно быть без пробелов;
- при записи произведения обязательно должен быть знак умножения “*”;
- названия сил должны быть введены с учетом регистра (например, F1 а не f1);

- для ввода тригонометрических функций использовать стандартное написание маленькими буквами (cos, sin и т.п.);
- аргументы функций должны быть заключены в скобки (например, cos(30));
- вводимые углы должны быть в градусах.

После ввода каждого уравнения пользователь должен нажать на кнопку “Проверить”. Если во введенном уравнении есть какие-то ошибки, будет выведено соответствующее сообщение. Если уравнение записано правильно, то пользователь переходит к вводу второго уравнения, действия при вводе которого аналогичны описанным выше. Если оба уравнения введены правильно, пользователь переходит к последнему этапу.

Для рассматриваемого примера уравнения равновесия могут быть записаны в таком виде:

$$\sum F_{kx} = F1 \cos 45^\circ - F2 \sin 30^\circ - F3 \cos 30^\circ + F4 \sin 60^\circ = 0,$$

$$\sum F_{ky} = F1 \sin 45^\circ + F2 \cos 30^\circ - F3 \sin 30^\circ - F4 \cos 60^\circ = 0.$$

Соответствующая запись в программе показана на рис. 8.

На последнем этапе необходимо численно решить полученную систему уравнений и найти необходимые реакции при заданных условиях. Пользователь должен выбрать из предлагаемого списка, какая именно сила соответствует искомой реакции, и ввести полученное численное значение для этой реакции. *Численные расчеты должны быть проведены с точностью до второго знака после запятой.* Если сила выбрана неверно, или полученное численное значение задано не правильно, то появится соответствующее сообщение. Если силы выбраны и посчитаны правильно, то задача считается решенной, и программа заканчивает работу.

Рис. 8. Ввод уравнений равновесия

Для нашего примера реакции стержня AB соответствует сила “F4”, и при заданных значениях P_1 и P_2 значение этой реакции равно $R_{AB} = 14,01$ Н. Реакции стержня BC соответствует сила “F1”, и она численно равна $R_{BC} = 8,27$ Н. Выбор соответствующих сил и значений в программе показаны на рис. 9.

Рис. 9. Ввод ответа

По ходу решения задачи все действия пользователя отслеживаются и записываются, после завершения работы программа выдает файл с результатом, в котором перечислены все ошибки допущенные пользователем.