

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

ТУРБУЛЕНТНЫЕ ОТРЫВНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЧИСЛАХ МАХА

© *И.А. Бедарев, Н.Н. Федорова*

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных научных исследований (код проекта 99-01-00565).

Исследуются возможности математического моделирования турбулентных отрывных течений в окрестности прямоугольных ступенек при числах Маха 2—5. Все расчеты проведены в условиях реальных физических экспериментов в рамках полных осредненных уравнений Навье-Стокса, дополненных двухпараметрической моделью турбулентности Уилкокса. Проведено сравнение с экспериментом по распределению статического давления и трения вдоль поверхности обтекаемого тела. Изучено влияние параметра модели турбулентности, управляющего балансом процессов порождения и диссипации кинетической энергии турбулентности. Предложены способы управления отрывом с помощью температурного фактора и путем изменения уровня турбулентности на входе.

TURBULENT SEPARATED FLOWS AT VARIOUS MACH NUMBERS

I.A. Bedarev, N.N. Fedorova

Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS

The possibilities of mathematical modeling of turbulent separated flows in vicinity of the right forward-faced steps were investigated at Mach numbers 2-5. All the computations were carried out under a condition of real physical experiments on the base of the full averaged Navier-Stokes equations closed by the two-equation Wilcox turbulence model. The computed results were compared with the experimental data on the static pressure and skin friction distribution along the step surface. The effect of the turbulence model parameter was investigated that controls the balance between generation and dissipation of the turbulent kinetic energy. The possible methods to control the separation were proposed with the help of the temperature factor and the inlet turbulence level.

1. Введение

Математическое моделирование турбулентных течений как в несжимаемом, так и сжимаемом случае представляет трудную задачу. Прямое численное моделирование, а также моделирование на основе метода крупных вихрей к настоящему времени не нашло широкого применения в задачах, связанных с практическими приложениями из-за ограниченных возможностей вычислительной техники. Основной математической моделью, используемой для инженерных расчетов турбулентных течений, являются осредненные уравнения Навье-Стокса, дополненные полуэмпирической моделью турбулентности. Несмотря на то, что многие исследователи пришли к убеждению, что ни одна из существующих моделей турбулентности не может обеспечить аккуратное предсказание свойств турбулентных течений в достаточно широком диапазоне геометрических и физических параметров [1], продолжается интенсивная работа по исследованию возможностей моделей, а также модификации существующих и созданию новых моделей применительно к практическим задачам. С этой точки зрения представляется полезным исследовать причины, по которым та или иная модель турбулентности приводит к неверным результатам. Для этого необходимо проведение расчетов в условиях реальных физических задач с последующим сравнением с экспериментальными данными.

Наиболее сложный тест для математической модели и методов расчета представляют собой течения, в которых турбулентный пограничный слой взаимодействует с внешним градиентом давления, встречным или сопутствующим, и особенно такие, в которых в результате такого взаимодействия пограничный слой отрывается. Отрывные течения широко распространены в природе и практике, и их адекватное описание важно для инженерных приложений. Поскольку возникновение отрыва есть результат вязко-невязкого взаимодействия, для его предсказания необходимо количественно точно моделировать как вязкие, так и невязкие процессы. При этом необходимо учитывать, что оба механизма оказывают друг на друга нелинейное воздействие.

В случае сверхзвуковых течений внешним воздействием, вызывающим отрыв пограничного слоя, является скачок уплотнения. Если путем сглаживания углов обтекаемого тела скачок уплотнения заменить на систему волн сжатия той же суммарной интенсивности, то можно существенно уменьшить масштаб отрывной зоны или вообще избежать отрыва. Возникновение скачков уплотнения и других разрывных решений обусловлено наличием нелинейных конвективных членов в уравнениях Эйлера. Если метод аппроксимации конвективных членов модели обладает повышенной диффузионностью, то расчет с использованием такого метода, скорее всего, будет существенно недопредсказывать масштабы отрыва. С этой точки зрения легко объяснить, почему при расчете отрывных течений использование различных разностных схем приводит к разным результатам. Особенно явно этот эффект проявляется при переходе от схем первого порядка аппроксимации (монотонных, но обладающих значительной аппроксимационной вязкостью) к схемам второго и более высокого порядка аппроксимации, построенных на *TVD* или *ENO* принципах [2].

Известно, что положение точки отрыва зависит от состояния пограничного слоя перед зоной взаимодействия. Турбулентный пограничный слой оторвать труднее, чем ламинарный, поскольку противодействующее градиенту давления вязкое сдвиговое напряжение вблизи стенки в турбулентном случае существенно выше, чем в ламинарном. Для предотвращения нежелательного отрыва пограничный слой часто специально турбулизуют. Следовательно, при моделировании турбулентных отрывных течений необходимо достаточно точно воспроизводить состояние турбулентного пограничного слоя, для чего необходимо проводить сравнения по профилям пульсационных характеристик или, если такие данные не доступны, то по всем интегральным параметрам пограничного слоя, а также профилям газодинамических параметров.

В процессе взаимодействия с волновыми структурами состояние турбулентного пограничного слоя изменяется. Взаимодействие с волной сжатия усиливает турбулентные пульсации, а взаимодействие с волной разрежения, напротив, ослабляет их. Модель турбулентности должна правильно моделировать процессы порождения турбулентности при взаимодействии с волнами сжатия и их гашения (диссипации) в волнах разрежения. Источником значительных погрешностей в определении масштаба отрывной зоны, возникающей при падении скачка уплотнения на пограничный слой, являются чрезмерно высокие значения турбулентной вязкости в области взаимодействия. Степень рассогласования между расчетными и экспериментальными данными растет по мере усиления взаимодействия, т.е. интенсивности отрывного скачка. Ошибки в предсказании масштаба отрыва искажают все поле течения. В этом случае, конечно, не следует ожидать хороших результатов в описании таких чувствительных к уровню турбулентности величин, как трение и интенсивность теплообмена на поверхности.

Поскольку большинство распространенных моделей турбулентности получены в предположении равновесности течения, т.е. условия равенства порождения и диссипации $Gen \sim \rho \epsilon$, они плохо работают в случае течений, подвергающихся интенсивным внешним воздействиям. Многочисленные модификации моделей турбулентности представляют собой как просто подбор эмпирических констант модели или их усложнение, заключающиеся в замене основных констант модели функцией отношения $Gen/\rho \epsilon$, так и переход к более сложным моделям турбулентности, включающим дифференциальные уравнения для рейнольдсовых напряжений или алгебраические соотношения, полученные путем упрощения этих дифференциальных уравнений [3].

В ряде работ, описывающих результаты численного моделирования турбулентных течений как в несжимаемом, так и сжимаемом случае, отмечено, что многие модели турбулентности существенно завышают значения турбулентных касательных напряжений вблизи стенки, что приводит к смещению расчетной точки отрыва вниз по течению по сравнению с экспериментальным положением. Для предотвращения данного эффекта в [4] при моделировании течений с поперечным отрывом около заостренных тел вращения под большим углом атаки в рамках параболизированных уравнений Навье—Стокса, дополненных простейшей алгебраической модели турбулентности Болдвина—Ломакса использован прием искусственного ограничения значений турбулентной вязкости. Показано, что ограничение значений турбулентной вязкости позволяет существенно улучшить предсказание структуры течений, в частности, получить в расчетах наблюдаемую экспериментально зону вторичного отрыва. Аналогичный эффект отмечен в [5] при моделировании сверхзвукового течения в окрестности установленного на пластине кия, где специальная модификация алгебраической модели Болдвина—Ломакса существенно снижает значения турбулентной вязкости и толщину пограничного слоя, что также приводит к существенным улучшениям предсказания структуры течения.

Серия работ [6–10] посвящена анализу возможностей нескольких моделей турбулентности (алгебраических, одно- и двухпараметрических) для численного моделирования сжимаемых и несжимаемых течений при наличии обратного градиента давления. В [6] показано, что лучшие результаты для таких течений дает использование однопараметрической модели Джонсона—Кинга [11, 12] и двухпараметрической $k-\omega$ модели Уилкокса [13, 14]. В [7] исследуется влияние условий для удельной диссипации турбулентной кинетической энергии параметра $\omega = k/\epsilon$. Проведенные численные эксперименты подтвердили сильную зависимость результатов расчетов несжимаемых турбулентных течений от условия для ω на внешней границе сдвигового слоя. Поскольку турбулентная вязкость в модели [13] определяется как $\mu_t \sim k/\omega$, то введение некоторого конечного «фонового» значения ω является необходимым для предотвращения нефизично высоких значений μ_t в невязких областях. Заметим, что введение ограничителя снизу для величины ω (а, следовательно и ϵ) является своего рода регулятором баланса между процессами порождения и диссипации кинетической энергии тур-

В процессе взаимодействия с волновыми структурами состояние турбулентного пограничного слоя изменяется. Взаимодействие с волной сжатия усиливает турбулентные пульсации, а взаимодействие с волной разрежения, напротив, ослабляет их. Модель турбулентности должна правильно моделировать процессы порождения турбулентности при взаимодействии с волнами сжатия и их гашения (диссипации) в волнах разрежения. Источником значительных погрешностей в определении масштаба отрывной зоны, возникающей при падении скачка уплотнения на пограничный слой, являются чрезмерно высокие значения турбулентной вязкости в области взаимодействия. Степень рассогласования между расчетными и экспериментальными данными растет по мере усиления взаимодействия, т.е. интенсивности отрывного скачка. Ошибки в предсказании масштаба отрыва искажают все поле течения. В этом случае, конечно, не следует ожидать хороших результатов в описании таких чувствительных к уровню турбулентности величин, как трение и интенсивность теплообмена на поверхности.

Поскольку большинство распространенных моделей турбулентности получены в предположении равновесности течения, т.е. условия равенства порождения и диссипации $Gen \sim \rho \epsilon$, они плохо работают в случае течений, подвергающихся интенсивным внешним воздействиям. Многочисленные модификации моделей турбулентности представляют собой как просто подбор эмпирических констант модели или их усложнение, заключающиеся в замене основных констант модели функцией отношения $Gen/\rho \epsilon$, так и переход к более сложным моделям турбулентности, включающим дифференциальные уравнения для рейнольдсовых напряжений или алгебраические соотношения, полученные путем упрощения этих дифференциальных уравнений [3].

В ряде работ, описывающих результаты численного моделирования турбулентных течений как в несжимаемом, так и сжимаемом случае, отмечено, что многие модели турбулентности существенно завышают значения турбулентных касательных напряжений вблизи стенки, что приводит к смещению расчетной точки отрыва вниз по течению по сравнению с экспериментальным положением. Для предотвращения данного эффекта в [4] при моделировании течений с поперечным отрывом около заостренных тел вращения под большим углом атаки в рамках параболизированных уравнений Навье–Стокса, дополненных простейшей алгебраической модели турбулентности Болдвина–Ломакса использован прием искусственного ограничения значений турбулентной вязкости. Показано, что ограничение значений турбулентной вязкости позволяет существенно улучшить предсказание структуры течений, в частности, получить в расчетах наблюдаемую экспериментально зону вторичного отрыва. Аналогичный эффект отмечен в [5] при моделировании сверхзвукового течения в окрестности установленного на пластине кия, где специальная модификация алгебраической модели Болдвина–Ломакса существенно снижает значения турбулентной вязкости и толщину пограничного слоя, что также приводит к существенным улучшениям предсказания структуры течения.

Серия работ [6–10] посвящена анализу возможностей нескольких моделей турбулентности (алгебраических, одно- и двухпараметрических) для численного моделирования сжимаемых и несжимаемых течений при наличии обратного градиента давления. В [6] показано, что лучшие результаты для таких течений дает использование однопараметрической модели Джонсона–Кинга [11, 12] и двухпараметрической $k-\omega$ модели Уилкокса [13, 14]. В [7] исследуется влияние условий для удельной диссипации турбулентной кинетической энергии параметра $\omega = k/\epsilon$. Проведенные численные эксперименты подтвердили сильную зависимость результатов расчетов несжимаемых турбулентных течений от условия для ω на внешней границе сдвигового слоя. Поскольку турбулентная вязкость в модели [13] определяется как $\mu_t \sim k/\omega$, то введение некоторого конечного «фоновое» значения ω является необходимым для предотвращения нефизично высоких значений μ_t в невязких областях. Заметим, что введение ограничителя снизу для величины ω (а, следовательно и ϵ) является своего рода регулятором баланса между процессами порождения и диссипации кинетической энергии тур-

булентности. В [8] предложена новая модель турбулентности, представляющая собой сочетание модели [13] и известной k - ϵ модели турбулентности Джонса-Лаундера и имеющая ограничитель специального вида, который регулирует баланс между порождением и диссипацией. Использование новой модели в расчетах турбулентного пограничного слоя показало ее хорошую работоспособность [8,9,10] для пристенных течений под воздействием обратного градиента давления, приводящего к возникновению отрыва пограничного слоя.

В [15] приведены результаты численного моделирования течений около установленных на пластине двух вертикальных килей, имеющих различные углы отклонения. Течение имеет сложную топологическую структуру, обусловленную несимметричным взаимодействием скользящих скачков уплотнения, которая неадекватно с топологической точки зрения предсказывается в расчетах, использующих стандартную k - ϵ модель турбулентности. В частности, в картине предельных линий тока на боковой поверхности кия, на которую попадает отрывной вихрь, отсутствует фокусная точка, а размер отрывной зоны существенно занижен. Расчеты показали, что состояние пограничного слоя в зоне взаимодействия существенно влияет на структуру возвратного течения на боковой грани кия. Использование предложенного в [8] ограничителя порождения турбулентной кинетической энергии вида $Gen = \min(Gen, \gamma \cdot \rho \cdot \epsilon)$ обуславливает перестройку структуры отрывного течения, выражающуюся в том, что на боковой грани кия возникает необходимая особая точка (фокус). При меньших значениях управляющего параметра (т.е. при более сильном ограничении величины порождения) размер отрывной зоны увеличивается, но дальнейшей топологической перестройки не происходит. Расчетное значение параметра γ выбиралось также из условий совпадения с экспериментом интегральных параметров невозмущенного пограничного слоя.

Приведенный выше обзор показывает, что соотношение порождения и диссипации кинетической энергии турбулентности является важным параметром, управляя которым можно перестроить структуру течения в зоне взаимодействия скачков уплотнения и турбулентного пограничного слоя.

2. Постановка задачи и описание метода расчета

Целью настоящей работы является численное моделирование двумерных турбулентных сверхзвуковых течений в окрестности расположенной навстречу потоку прямой ступеньки при числах Маха 2-5. Течение в окрестности этой конфигурации исследовано экспериментально многими авторами. Расчеты настоящей работы проведены в условиях экспериментов [16-19] ($M=2-4$) и [20] ($M=5$). Условия экспериментов и параметры течения до зоны взаимодействия: h - высота ступеньки, M_∞ - число Маха невозмущенного потока, Re_1 - размерное число Рейнольдса, P_0 - давление торможения, T_0 - температура торможения, δ - толщина пограничного слоя, δ^* - толщина вытеснения, δ^{**} - толщина потери импульса, C_f - коэффициент поверхностного трения - приведены в таблице.

Т а б л и ц а.

Условия аэродинамических экспериментов.

№	h , мм	M_∞	$Re_1 \cdot 10^{-6}$ m^{-1}	P_0 , кПа	T_0 , К	δ , мм	δ^* , мм	δ^{**} , мм	$C_f \times 10^3$
1	15	2.94	35.3	420.7	277	3.33	1.07	0.23	1.59
2	6	2.9	30.5	367.7	275	2.29	0.87	0.177	1.9
3	10	2.0	30.0	197.8	280	4.35	1.08	0.373	1.94
4	10	2.5	50.0	451	275	3.85	0.93	0.245	1.73
5	10	4	48	980	284	4.0	1.671	0.217	1.17
6	15	5	40	2120	410	5.2	2.3	0.23	1.3

Экспериментальная схема течения приведена на рис.1. Отмечены: граница пограничного слоя (1), отрывной скачок (2) и скачок из точки присоединения (3), веер волн разрежения (4), отрывная зона (5), ограниченная точками отрыва (S) присоединения (R).

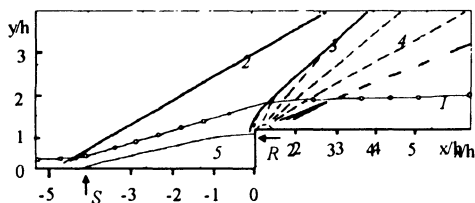


Рис.1. Экспериментальная схема течения около прямой ступеньки.

Эта конфигурация была исследована численно при $M=2, 3$ и 4 в [21] с помощью так называемых кинетически согласованных разностных схем. Сравнение расчетных результатов с экспериментом показывает неплохое совпадение для чисел Маха $M=2, 3$, однако при $M=4$ размер отрывной зоны не предсказан, а уровень давления в области плато существенно выше, чем в эксперименте. Результаты численного моделирования течений в окрестности прямой и скошенных ступенек при $M=3$, приведенные в [2,22-27], показали, что основными факторами, определяющими качество предсказания турбулентного отрыва, являются разрешающие способности разностного алгоритма, а также параметр модели турбулентности, управляющий соотношением между процессами порождения и диссипации. В настоящей работе в широком диапазоне чисел Маха исследовано влияние таких факторов, как состояние турбулентного слоя перед зоной взаимодействия, уровень внешней турбулентности, а также тип краевого условия для температуры на стенке (адиабатическая, холодная стенка).

Основной математической моделью, используемой в настоящих расчетах являются нестационарные осредненные по Фавру уравнения Навье–Стокса, дополненные двухпараметрической $k-\omega$ моделью турбулентности Уилкокса [13]. Метод расчета представляет собой неявную конечно-разностную схему расщепления типа универсального алгоритма. Для аппроксимации по пространству использовалась схема типа TVD, построенная на расщеплении вектора невязких потоков по физическим процессам. Стационарное решение находилось методом установления. Расчетная область ограничена снизу поверхностью обтекаемого тела, а верхняя граница, входное и выходное сечения выбирались достаточно далеко от зоны взаимодействия. На входе задавались профили основных газодинамических переменных (скорости, плотности, температуры) и турбулентные параметры, которые получены путем расчета пограничного слоя на пластине, исходя из условия совпадения с экспериментом интегральных параметров пограничного слоя и коэффициента поверхностного трения. В выходном сечении задавались «мягкие» краевые условия, на верхней границе - условия «простой волны» [28]. На твердой границе задавались условия прилипания и условия для температуры двух типов: адиабатической стенки или постоянной температуры. В расчетной области строилась регулярная прямоугольная разностная сетка, сгущавшаяся по направлению к поверхности пластины и торцу обтекаемого тела. Параметр сгущения выбирался таким образом, чтобы обеспечить для ближайшего к поверхности узла условие $y^+ < 2$, где y^+ - переменная закона стенки. В продольном направлении сетка содержала 150-200 узлов, в поперечном - 100-130, причем на невозмущенный пограничный слой приходилось не менее 30 узлов. Подробно математическая модель и вычислительный алгоритм описаны в [22].

3. Результаты расчетов

Первые расчеты были проведены для случая $M=3$. На рис.2 приведены графики распределения давления (а) и поверхностного трения (б) для ступеньки высотой $h=6$ мм. Цифрой 1 обозначены данные эксперимента [19], кривые 2-4 соответствуют расчетам для трех разных фоновых значений удельной диссипации кинетической энергии турбулентности $\omega_e=0.15, 0.27, 0.37$. Заметим, что указанные значения ω_e составляют $\sim 0.1\%$ от максимального значения величины ω . На рис. 2 ось x направлена вдоль обтекаемого тела. Угол сжатия соответствует $x/h=0$, вершина ступеньки - $x/h=1$.

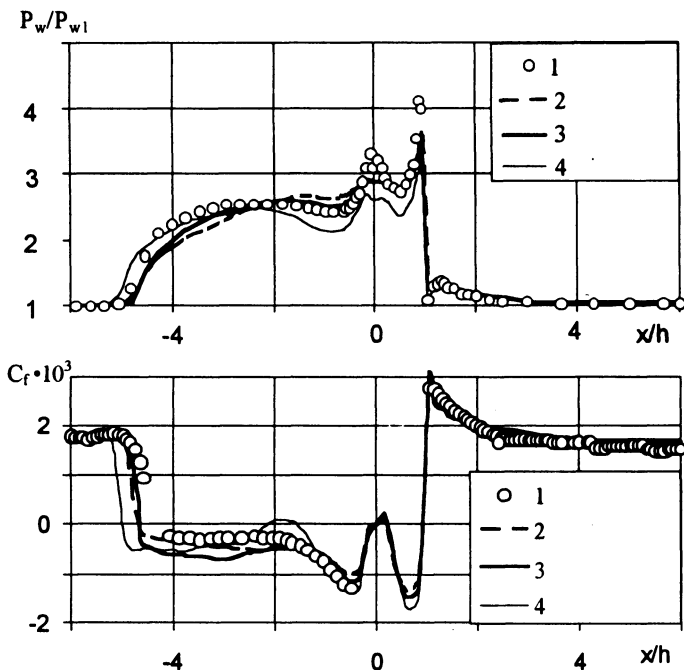


Рис. 2. Распределение давления и коэффициента трения вдоль поверхности ступеньки $h=6$ мм при $M=3$.

Рис.3, на котором приведены изолинии расчетной турбулентной вязкости для тех же значений ω_e , что и на рис.2, показывает, что незначительные изменения ω_e приводят к существенной перестройке поля турбулентной вязкости. При низком значении ω_e значения турбулентной вязкости существенно выше, чем при других значениях ω_e , а картина изолиний имеет ярко выраженный максимум вблизи верхнего угла ступеньки. С ростом ω_e область повышенных значений турбулентной вязкости отходит от пластины, оставляя вблизи поверхности низкотурбулентную область (на рисунке отмечена буквой L).

Положительный градиент давления в области $0 < x/h < 1$ для возвратного течения от торца ступеньки является сопутствующим, и под его воздействием реламинизируется. Наиболее сильное вырождение турбулентности наблюдается при максимальном из рассмотренных значений ω_e . В отрывной зоне формируется интенсивный рециркуляционный вихрь, над центром которого наблюдается провал в распределении давления. Падение давления для возвратного течения является неблагоприятным, и под его воздействием низкотурбулентное возвратное течение может еще раз оторваться. Незафиксированный в эксперименте вторичный отрыв можно видеть на графике распределения поверхностного трения вблизи точки $x/h \approx 2$. Таким образом, проведенные расчеты показали, что, с одной стороны, высокие значения

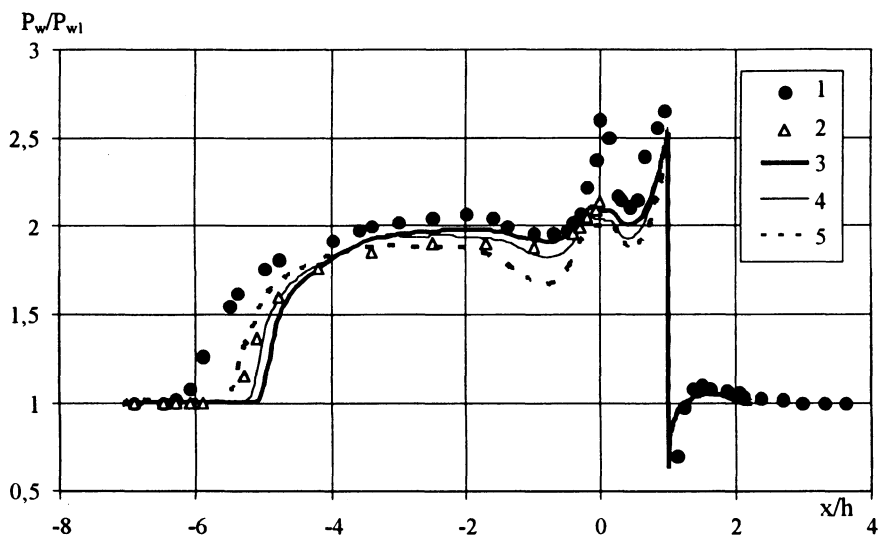


Рис. 4. Распределение статического давления вдоль поверхности ступеньки $h=10$ мм при $M=2$.

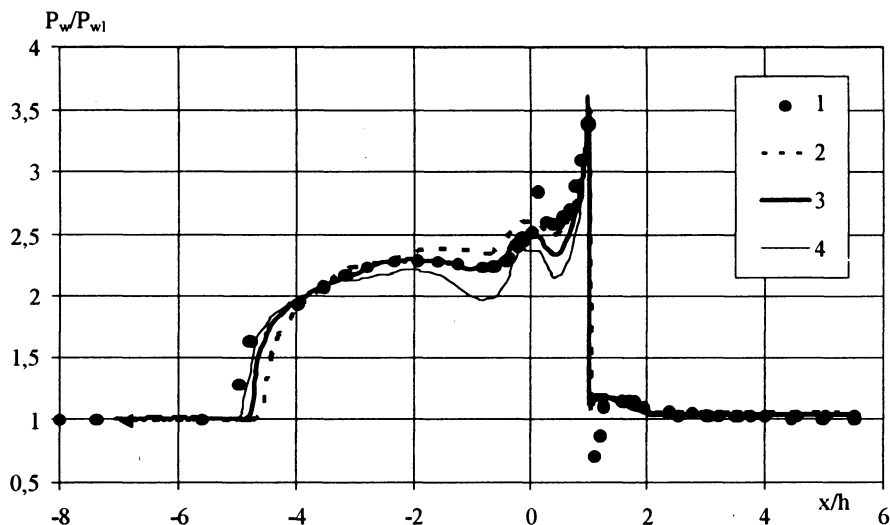


Рис. 5. Распределение статического давления вдоль поверхности ступеньки $h=10$ мм при $M=2.5$

Рис.5 показывает распределение статического давления для случая $M=2.5$. Экспериментальные данные [16,17], обозначенные цифрой 1, сравниваются с расчетами при разных значениях параметра ω_e : 0.27 (кривые 2, 3) и 0.37 (кривая 4). Для получения данных, обозначенных 3, 4, использовалась аппроксимация третьего, а данных 2 - второго порядка.

На рис.6 приведено распределение статического давления вдоль обтекаемого тела для случая $M=4$. По-прежнему 1 обозначает результаты экспериментов [16,17], кривые 2 - 4 соответствуют расчетам по схеме третьего порядка для $\omega_e = 0.2, 0.27$ и 0.37 соответственно.

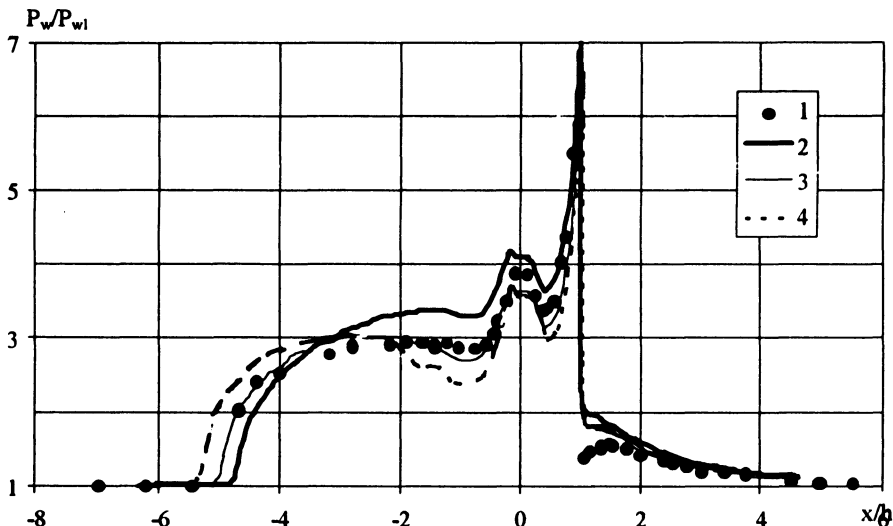


Рис. 6. Распределение статического давления вдоль поверхности ступеньки $h=10$ мм при $M=4$.

Результаты, приведенные на рис. 5, 6, подтверждают сделанные выше выводы о том, что увеличение параметра ω_c приводит к подавлению турбулентности в районе взаимодействия скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем, что обуславливает рост размеров отрывной зоны и уменьшение уровня плато давления.

Рис. 7 показывает распределение статического давления (а) и трения (б) вдоль поверхности для случая $M=5$. Расчеты проведены в условиях экспериментов [20]. Кривые 2, 3 представляют расчеты с различными краевыми условиями для температуры: 2- адиабатическая стенка $\frac{\partial T}{\partial y}|_{y=0} = 0$ и 3 - «холодная» стенка, для которой задавалось $T|_{y=0} = 0.8 \cdot T_{adiabatic}$, что

соответствовало условиям эксперимента [20]. Заметим, что расчетная кривая статического давления неплохо соответствует экспериментальным данным. Для распределения поверхностного трения наблюдается некоторое рассогласование, которое кроме погрешностей расчетов может быть также объяснено тем, что в эксперименте измерение давления и трения проводилось при различном положении ступеньки. Как можно видеть из рис.7, при использовании адиабатического краевого условия размер отрывной зоны в расчетах получается значительно меньше, чем при условии «холодной» стенки.

Выводы

Таким образом, результаты расчетов турбулентных отрывных течений в широком диапазоне чисел Маха подтверждают выводы [26] о том, что уровень турбулентности в зоне отрывного скачка и внутри отрывной зоны можно регулировать с помощью параметра ω_c , управляющего соотношением между процессами порождения и диссипации турбулентной кинетической энергии. Изменяя в расчетах фоновое значение величины удельной скорости диссипации турбулентной кинетической энергии, можно добиться увеличения или уменьшения размеров отрывной зоны, уровня давления в области плато, а также вызвать образование вторичного отрыва, или, наоборот, подавить этот процесс. На основе проведенных численных экспериментов можно предложить способы управления отрывными течениями: путем изменения турбулентности во входном сечении, турбулизации внешнего потока и с помощью тем-

пературного фактора. Кроме того, результаты настоящей работы для широкого диапазона чисел Маха подтвердили выводы [26], о том, что схема второго порядка аппроксимации является достаточно диффузионной, и ее использование в расчетах приводит к занижению масштабов отрывной зоны.

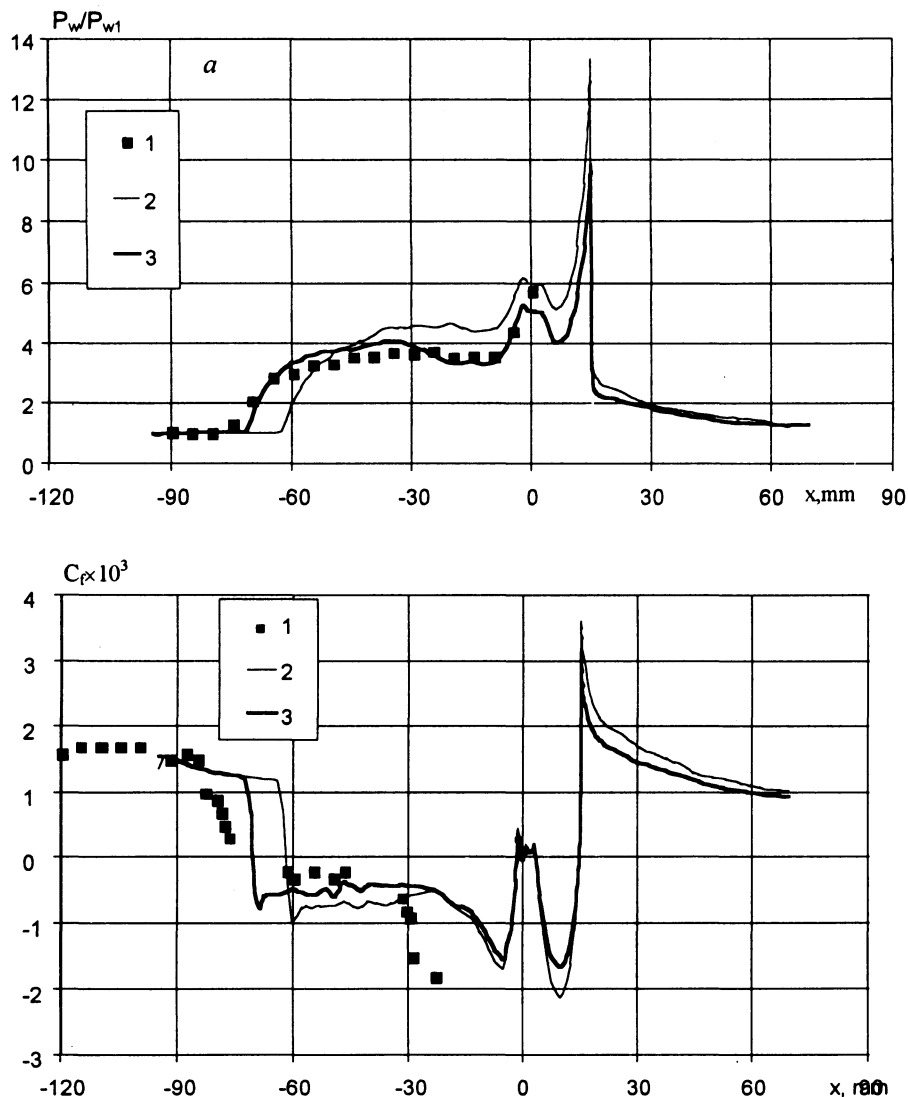


Рис. 7. Распределение давления и коэффициента трения вдоль поверхности ступеньки $h=15$ мм при $M=5$.

Выводом настоящей работы является то, что моделирование турбулентного отрыва представляет трудную задачу. На результаты математического моделирования отрывных течений оказывают влияние множество факторов (численный алгоритм, модель турбулентности, входные данные, условия во внешнем потоке, температурный фактор), и решение проблемы требует значительной совместной работы вычислителей и экспериментаторов.

Авторы хотели бы выразить благодарность А.А. Желтоводову, привлечшему внимание к настоящей задаче, за многочисленные плодотворные обсуждения результатов; С.И.Шпаку - за создание программы обработки расчетных результатов и сравнения с экспериментом, а также И.А.Федорченко - за помощь в расчете невозмущенного пограничного слоя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. *D.D.Knight*. Numerical solution of compressible turbulent flows using the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations: Turbulence in Compressible Flows. AGARD Rep., 1997, № 819, p.5.1-5-52.
2. *А.В.Борисов, Н.Н.Федорова*. Численное моделирование сверхзвуковых отрывных турбулентных течений // Прикладная механика и техническая физика, 1996, т.37, №4. с.89-97.
3. *V.Lakshminarayana*. Turbulence Modeling for Complex Shear Flows // AIAA Journ, 1986, v.24, №12, p.1900-1930.
4. *D.Degani, L.B.Schiff*. Computation of Turbulent Supersonic Flows around Pointed Bodies Having Cross-flow Separation // Journ. of Computational Physics, 1996 v.66, №1, p.173-196.
5. *A.G.Panaras*. Algebraic Turbulence Modelling for Swept Shock-Wave/Turbulent Boundary Layer Interactions // AIAA Journ, 1997, v.35, №3, p.456-463.
6. *F.R.Menter*. Performance of Popular Turbulence Models for Attached and Separated Adverse Pressure Gradient Flows // AIAA Journal, 1992, v.30, №8, p.2066-2072.
7. *F.R.Menter* Influence of Freestream Values on $k-\omega$ Turbulence Model Predictions // AIAA Journ, 1992, v.30, №6, p.1657-1659.
8. *F.R.Menter*. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Application // AIAA Journ, 1994, v.32, №8, p.1598-1605.
9. *L.D.Kral, M.Mani, J.A.Ladd*. Application of Turbulence Models for Aerodynamic and Propulsion Flow-fields // AIAA Journ, 1996, v.34, №11, p.2291-2298.
10. *Л.А.Зайков, М.Х.Стрелец, М.Л.Шур*. Сравнение возможностей дифференциальных моделей турбулентности с одним и двумя уравнениями при расчете течений в отрывом и присоединением. Течение в каналах с обратным уступом. // ТБТ, 1996, т. 34, № 5, с.724-736.
11. *D.A.Jonson*. Transonic Separated Flow Prediction with an Eddy-Viscosity / Reynolds Stress Closure Model // AIAA Journ, 1987, v.25, №2, p.252-259.
12. *D.A.Jonson, T.J.Coackley*. Improvements to a Nonequilibrium Algebraic Turbulence Model // AIAA Journ, 1990, v.28, №.11, p.2000-2003.
13. *D.C.Wilcox*. Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models // AIAA Journ, 1988, v.26, №.11, p.1299-1310..
14. *D.C.Wilcox*. A Half Century Historical Review of the $k-\omega$ Model. AIAA Paper 91-0615.
15. *D.V.Gaitonde, M.R.Visbal, J.S.Shang, A.A.Zheltovodov, A.I.Maksimov*. Parametric Investigation of Flow-field Structure and Validation Issues in 3-D Crossing-Shock Wave / Turbulent Boundary Layer Interaction / International Conference on the Methods of Aerophysical Research: Proc. Pt. 1 / Ed. by A.M.Kharitonov. - Novosibirsk: 1998, p.67-76.
16. *В.С.Демьяненко, А.А.Желтоводов*. Экспериментальное исследование отрыва турбулентного пограничного слоя в окрестности ступеньки // Механика жидкости и газа, 1977, № 5, с.73-80.
17. *А.А.Желтоводов*. Анализ свойств двумерных отрывных течений при сверхзвуковых скоростях // Исследования пристенных течений вязкого газа. - Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1979, с.59-94.
18. *А.А.Желтоводов, А.А.Павлов*. Исследование течений в сверхзвуковой отрывной зоне перед ступенькой: Препринт №1 ИТПМ СО АН СССР, 1979.
19. *А.В.Борисов, С.С.Воронцов, А.А.Желтоводов, А.А.Павлов, С.И.Шпак*. Развитие экспериментальных и расчетных методов исследования сверхзвуковых отрывных течений Новосибирск: 1993, 45 с. (Препринт / ИТПМ СО РАН; № 9-93).
20. *E.Schuelein, A.A.Zheltovodov*. Development of Experimental Methods for the Hypersonic Flows Studies in Ludwig Tube // Int. Conf. on Methods of Aerophys. Research: Proc. Pt. 1. / Ed. By A.M. Kharitonov. -Novosibirsk: 1998, p.191-199.
21. *И.А.Граур, Т.Г.Елизарова, Б.Н.Четверушкин*. Численное моделирование турбулентного обтекания прямой ступеньки // Математическое моделирование, 1990, т.2, №11, с.31-44.

22. А.В.Борисов, Н.Н.Федорова. Расчет турбулентных отрывных течений на основе метода повышенного порядка аппроксимации // Теплофизика и аэромеханика, 1995, т.2, № 3. с.253-269.
23. A.V.Borisov, A.A.Zheltovodov, A.I.Maksimov, N.N.Fedorova, S.I.Shpak. Verification of turbulent Models and Computational Methods of Supersonic Separated Flows // Методы Аэрофизических исследований. Труды 8-й Международной конференции. Новосибирск, 2-6 сентября 1996 года / Под ред. А.М. Харитонов Ч. 1. – Новосибирск: 1996, с.54-61.
24. I.A.Bedarev, N.N.Fedorova. Numerical Simulation of Supersonic Turbulent Separated Flows Using Various High-Resolution Schemes // Int. Conf. on Methods of Aerophys. Research: Proc. Pt. 1. / Ed. By A.M.Kharitonov. –Novosibirsk: 1998, p.23-29.
25. I.A.Bedarev, A.A.Zheltovodov, N.N.Fedorova. Supersonic Turbulent Separated Flows Numerical Model Verification // Int. Conf. on Methods of Aerophys. Research: Proc. Pt. 1. / Ed. By A.M. Kharitonov. - Novosibirsk: 1998, p.30-35.
26. И.А.Бедарев, Н.Н.Федорова. Исследование факторов, влияющих на качество предсказания турбулентных отрывных течений // Вычислительные технологии. – 1999, т.4, № 1, с. 14-32.
27. А.В.Борисов, А.А.Желтоводов, А.И.Максимов, Н.Н.Федорова, С.И.Шпак. Экспериментальное и численное исследование сверхзвуковых турбулентных отрывных течений в окрестности двумерных препятствий // Механика жидкости и газа, 1999, № 2, с.26-37.
28. П.Роуч. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980, 616с.
29. D.R.Chapman, D.M.Kuehn, H.K.Larson. Investigation of a separated flows in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effect of transition. NACA Rep., 1958, №1356, 40p.

Поступила в редакцию 02.08.99.